

普通高中新课程标准教学研究与指导丛书

数学教学研究与指导

山东省教学研究室 编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

数学教学研究与指导/山东省教学研究室编. —北京：电子工业出版社，2010.4
（普通高中新课程标准教学研究与指导丛书）

ISBN 978-7-121-10594-4

I. ①数… II. ①山… III. ①数学课—教学研究—高中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 050452 号

责任编辑：蔡 葵 特约编辑：张 烨

印 刷：

装 订：

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：720×1 000 1/16 印张：12.5 字数：257 千字

印 次：2010 年 4 月第 1 次印刷

定 价：23.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

普通高中新课程标准教学研究与指导丛书

编 委 会

主 任：王景华

副 主 任：戴培良 胡振华 高洪德

委 员：（以姓氏笔画为序）

王怀兴 王秀玲 王绍谦 王宪收 孔令鹏

厉复东 宋树杰 米海峰 孙 波 李 东

张可柱 周家亮 姜建春 韩际清

数学教学研究与指导

主 编：韩际清

编 者：（以姓氏笔画为序）

王 强 尹玉柱 田明泉 刘 坦 刘 美

刘 莉 刘兆明 齐龙新 李 明 李 静

李瑛华 赵 勇 韩际清 蒋海燕 潘洪艳



前言

为了更好地贯彻《普通高中课程方案（实验）》和高中各科目课程标准，指导普通高中学校科学规划课程内容，开齐课程、开足课时，帮助教师科学、准确地把握课程标准的要求，有效解决教学中的困惑和问题，全面提高教育教学质量，山东省教学研究室组织高中骨干教师和优秀教研人员，在认真调查研究、总结近几年高中课程改革及教学经验的基础上，编写了《普通高中新课程标准教学研究与指导丛书》。

《普通高中新课程标准教学研究与指导丛书》包含语文、数学、英语、思想政治、历史、地理、物理、化学、生物、音乐、体育与健康、美术、信息技术和通用技术教学研究与指导等 14 个分册。每个分册就该学科在课程标准的把握、课程设置的建议、各个模块的教学指导建议和课程教学评价实施建议等方面进行了阐述和讨论，对在教学中遇到的问题和困惑进行了分析和解答，对主要的课题进行了案例解析，对选修课的开设、选课走班等教学难点问题进行了指导和建议。期望本书能对全省普通高中新课程的实施起到积极的推动作用，能对教师的专业发展起到良好的促进作用。

丛书编写过程中，借鉴了一些专家、学者的研究成果，吸纳了很多一线教师的优秀教学经验和案例，在此表示感谢。高中课程改革还处在探索时期，许多问题还需要更深入地研究和探索。由于编者经验不足，难免有不妥之处，敬请各位读者批评指正。

山东省教学研究室
2010 年 3 月



第一部分 准确把握高中数学课程标准的特点	1
一、课程理念	1
二、课程目标	9
三、内容结构	11
第二部分 高中数学课程设置建议	25
一、《标准》中的选课建议	25
二、课程设置建议	26
三、课程内容	27
第三部分 高中数学教学实施建议	37
一、准确把握教学要求	37
二、切实掌握课堂教学设计	55
三、教学实施过程中的一些困惑和对策	71
第四部分 高中数学教学评价实施建议	85
一、树立正确的评价观	85
二、构建科学合理的评价体系	87
三、新课程中常用的几种评价方式	93
第五部分 新课程教学实践与思考	99
新课程实验心得	99
新课程教学案例	143
主要参考文献	190
后记	191

准确把握高中数学 课程标准的特点

《普通高中数学课程标准（实验）》（简称《标准》）是由国家制定并公布试行的指令性文件，是教材编写和学校教学的依据。高中数学教学人员应认真学习，深刻领会，明确任务，自觉实践，勇于探索，努力提高自身数学教育素养，提升实验能力，准确把握《标准》的特点，在实验的过程中，不断总结经验，开拓创新，提出建设性的修订意见，为数学课程的建设贡献自己的力量。

一、课程理念

课程理念是课程的灵魂。高中数学课程理念确立了以人为本，以学生的发展为本的教育观，着眼于为学生的未来和终身学习打基础；重视公民素质的全面提高和学生个性的健康发展；反映社会和时代的需求，并与社会发展相适应；注意我国数学教育特点与世界上发达国家和发展中国家数学课程改革先进经验的融合，具有全球意识；关注数学的教育价值和高中学生数学学习的心理特征，强调学习方式的转变。在处理知识性和教育性、基础性和先进性、统一性和选择性等多种关系上，体现了世界数学教育发展的共同趋势，并且具有鲜明的中国特色。在《标准》中，列举了十项基本的理念，作为数学课程设计的基本指导思想。

（一）构建共同基础，提供发展平台

《标准》指出，普通高中教育是继义务教育之后的基础教育的高级阶段，仍然肩负着为学生的成长和发展打好全面基础的重任。因此，高中数学课程应具有基础性。

1. 为所有学生的基本数学需求，打好共同的基础

数学素质作为公民所必须具备的一种基本素质，要求高中数学课程应包含数学中最基本的内容，体现高中数学课程的基础性。高中数学课程的基础性，包括两方面的含义：“第一，在义务教育阶段之后，为学生适应现代生活和未来发展提供更高水平的数学基础，使他们获得更高的数学素养；第二，为学生进一步学习提供必要的数学准备。”使高中数学教育为学生进入学习化社会、进一步接受高等教育和面对社会就

业所必需的生存能力、实践能力和创造能力，打好全面的基础。

高中数学课程重视在“必修课”中加强最基本的数学知识和数学思想方法，根据社会需求、学生必需和学科需要选取最基本的数学知识作为课程内容，突出支撑学科体系的主干部分，构建简明的数学结构，是所有高中生未来发展的公共平台，它是一种共同的文化基础。

2. 为不同学生的不同数学需求，打好不同的基础

随着时代的发展，无论是在自然科学、技术科学等方面，还是在人文科学、社会科学等方面，都需要一些具有较高数学素养的学生，这对于社会、科学技术的发展都具有重要的作用。根据学生的兴趣、志向与自身条件的不同，《标准》在设计“必修课”以满足所有高中生的共同需求的同时，充分关注不同学生在数学上的不同需求，设计了“选修课”以满足学生在数学上得到不同发展的需求。体现了数学课程对全体学生的适应性，有助于不同学生打好不同的基础，从而获得最佳发展。

《标准》在处理基础与发展的关系时，不仅关注学生的知识学习，为以后学习打好基础，而且更加关注数学学习对学生基本素质的提高作用，从而为学生走向社会和终身学习奠定基础。对基础的理解不能仅仅停留在知识技能上，还应包括过程与方法、情感态度与价值观，这些对于学生未来的发展都是非常重要的。

（二）提供多样课程，适应个性选择

为满足学生的发展和社会需求的不同，“高中数学课程应具有多样性与选择性”，使不同的学生学习不同的数学，在数学上获得不同的发展。

根据学生的潜能和兴趣爱好，“高中数学课程应为学生提供选择和发展的空间，为学生提供多层次、多种类的选择，以促进学生的个性发展和对未来人生规划的思考。”高中数学课程设置了必修系列和四个选修系列课程，且每个系列又由若干模块或专题组成，可供学生“在老师的指导下进行自主选择，必要时还可以进行适当地转换、调整。同时，高中数学课程也应给学校和教师留有一定的选择空间，他们可以根据学生的基本需求和自身条件，制定发展计划，不断地丰富和完善供学生选择的课程。”

选择，既能为不喜爱数学的学生减轻数学负担，使他们在其他方面得到充分的发展，更能为喜爱数学的学生提供更充足的数学食粮，使他们尽早接受现代数学基础的熏陶，更快地走向数学研究的前沿。至于那些有愿望、有能力在众多方面都具有较高素养的学生，具有选择性的课程也必将为他们提供更宽广的发展空间。

《标准》的这种作法，充分考虑到学生的不同基础，不同水平，不同志趣和发展方向，有助于因材施教和因材施教，体现了以学生发展为本的新理念。

（三）倡导积极主动、勇于探索的学习方式

丰富学生的学习方式、改进学生的学习方法，使学生学会学习，为终身学习和终身发展打下良好的基础，是高中数学课程追求的基本理念。

1. 让学生经历“再创造”过程

建构主义认为，学生是学习的主体，所有的新知识只有通过学生积极主动地参与学习过程，并根据自身已有的知识和经验进行理解、加工和建构，才能将其纳入自己的认知结构中，成为下一个有效的知识。因此，学生在学习和接受人类所积累的知识时，需要发挥其主观能动作用，使数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习。自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等都是学生学习数学的重要而有效的方式。“这些方式有助于发挥学生学习的主动性，使学生的学习过程成为在教师引导下‘再创造’过程”。依靠记忆公式、题型、结论、规则解题是不够的，应该在理解的基础上去思考、自主地开拓和发展。高中数学课程应力求通过各种不同形式的学习方式，让学生体验数学发现和创造的历程，发展他们的创新意识。

2. 在“再创造”过程中获得积极的情感体验

在课程要求上，《标准》不仅结合知识点明确具体的结果性目标，还结合数学学科的特点，明确提出了一系列过程性目标和体验性目标，以期学生在获得知识的同时学会学习，获得积极的情感体验，并形成正确的价值观。高中数学课程设立的“数学探究”、“数学建模”等学习活动，为学生提供了主动参与活动、亲身感受和体验的机会，对激发学生的数学学习兴趣，形成积极主动的、多样的学习方式，养成独立思考、自主探索、自己建构知识的习惯，促进交流与合作，获得参与数学活动的经历和经验，发展情感态度和形成正确的价值观起到了重要作用。

（四）注重提高学生的数学思维能力

培养和发展学生的数学思维能力是发展智力、全面培养数学能力的主要途径，因此，高中数学课程应注意提高学生的数学思维能力，这也是数学教育的基本目标之一。

1. 数学思维能力及其价值

数学思维能力是数学能力的核心，它包括：形成数学概念的概括能力、发现关系的能力、发现属性的能力、数学变式能力、形成数学通性通法的能力、识别模式的能力、数学推理能力、数学转换能力、运用思维块能力、迁移概括能力、直觉思维能力等。“人们在学习数学和运用数学解决问题时，不断地经历直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、抽象概括、符号表示、运算求解、数据处理、演绎证明、反思与建构等思维过程。这些过程是数学思维能力的具体体现，有助于学生对客观事物中蕴涵的数学模式进行思考和做出判断”。数学思维能力的价值在于形成理性思维和求

真务实的科学态度。

数学的思考问题的方式和思维特点,在形成学生理性思维和理性精神中发挥着独特的作用。由此可以培养学生独立思考、不迷信权威的理性品格;数学真理具有客观性,不掺杂个人感情,因而能够培养学生尊重事实,不感情用事的理性精神;数学具有高度的精确性,能够帮助学生进行思维辨析,养成不混淆是非的理性态度。

2. 在学习和运用数学的过程中,提高数学思维能力

《标准》指出:“高中数学课程应注重提高学生的数学思维能力,这是数学教育的基本目标之一。”“数学是思维的体操”。数学思维能力是在学习数学和运用数学的过程中逐步形成和提高的。因此,在数学课程设计中,应着眼于学生数学思维活动的开展。在知识的学习过程中,必须注意概念的提出过程,规律的发现过程,知识的形成和发展过程,改变重结论轻过程的倾向,让学生体验数学的发现和创造历程;在知识的应用过程中,注意体现数学思维方法和数学探究活动的规律,加强数学方法训练,从而使数学课程成为提高学生思维能力的最好素材和工具。

(五) 发展学生的数学应用意识

在数学教学中提倡数学应用,是 20 世纪 90 年代以来我国数学教学改革的重要内容。

1. 高中数学课程加强数学应用是现实的需求

“20 世纪下半叶以来,数学应用的巨大发展是数学发展的显著特征之一。”当今数学已渗透到社会和自然的方方面面,而且已形成了一大批新的数学学科。数学和计算机技术的结合使得数学能够在许多方面直接为社会创造价值,推动社会生产力的发展。同时,也为数学发展开拓了广阔的前景。“数学是一门普遍适用的技术”已取得广泛共识,也反映出人们对数学应用价值有了更新、更高的认识。但是,长期以来,我国数学教育对于数学与实际、数学与其他学科的联系未能给予充分的重视,因此,作为数学教育核心的数学课程标准,应该认识并给予数学应用以应有的位置,高中数学在数学应用和联系实际方面需要大力加强。现在比任何时候都需要“让全社会特别是让普通大众了解数学对人类发展的作用”,目前,强调数学的广泛应用具有重要的现实意义。

2. 加强数学应用的教学

“近几年来,我国大学、中学数学建模的实践表明,开展数学应用的数学活动符合社会需要,有利于激发学生学习数学的兴趣,有利于开阔学生的视野,有利于增强学生的应用意识。”

数学应用的教学能开发学生智力,调节学生心理倾向、激发兴趣、培养学生追溯

背景和原则的作用,使其思维得到发散,个性得到发展,提高分析问题和解决问题的能力,有利于培养学生的创新精神和实践能力,增强对社会和自然的更深层次的认识。

为使数学应用的教学不断促进学生逐步形成和发展数学应用意识,提高实践能力。“高中数学课程应提供基本内容的实际背景,反映数学的应用价值,开展数学建模的学习活动,设立体现数学某些重要应用的专题课程”,把数学应用教学当作数学教学的重要组成部分,融入在平常教学之中。

(六)与时俱进地认识“双基”

高中数学教育仍是基础教育,着眼点是打好基础。“双基”是我国数学教育界普遍使用的一个名词。但在许多场合,人们在使用“双基”一词或强调“双基”时,其实质是强调打好“基础”,它包括基础知识、基本技能和能力。

随着时代的发展,基础的内涵也在发生着变化。那么,什么是新世纪高中数学课程的基础呢?《标准》在继承和发扬我国过去高中数学课程重视基础知识教学、基本技能训练和能力培养传统的同时,提出:随着时代的发展,特别是数学的广泛应用、计算机技术和现代信息技术的发展对社会各个领域的影响,数学课程设置和实施应重新审视基础知识、基本技能和能力的内涵,形成符合时代要求的新的“双基”。

高中数学新课程在以下几方面的变化赋予了“双基”新的内涵。

(1) 内容处理上突出了几条主线,例如,“函数”、“运算”、“图形”、“算法”等等。从函数的角度看,函数思想、微积分思想成为“双基”的组成部分。从运算的角度看,向量由于其丰富的运算性质,又是沟通代数、几何与三角函数的一种工具,有着极其丰富的实际背景,能用向量语言和方法表述和解决数学和物理中的一些问题,自然成为“双基”的组成部分。从图形的角度看,几何直观、对图形的把握也成为“双基”的组成部分。算法是适应信息时代发展需要的内容,成为高中数学课程中的新“双基”。高中数学课程中更加重视基本的数据处理、统计知识等,也成为高中数学课程中的新“双基”。

(2) 从笼统地强调技能,到强调通性通法。高中数学新课程中,删减了繁琐的计算、人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容,克服“双基异化”的倾向。例如,避免在求函数定义域、值域及讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练,避免人为地编制一些求函数定义域和值域的偏题;对于数列中各量之间的基本关系的训练要控制难度和复杂程度;解三角形时,不必在恒等变形上作过于繁琐的训练等。突出对解决其他问题有指导意义的通性通法,淡化那些小技巧、小把戏。因此,通性通法成为“双基”的内容,而那些小技巧、小把戏将不再是“双基”的内容。

(3) 从单纯的强调演绎,到强调归纳演绎并重。数学既是演绎的科学,又是归纳

的科学。“演绎推理”和“归纳抽象”是认识数学的两个基本方面，从一般到特殊，从具体到抽象，都是重要的。但在实际教学中，常常忽视后者。例如，认为知道映射的定义，就应该理解函数的定义，了解一般函数概念自然就能理解特殊的函数等，这种过多的关注数学演绎的方面，而忽视数学归纳的方面的认识是片面的。在高中数学新课程中，强调归纳演绎并重，并提出培养学生抽象概括能力的课程目标。因此，归纳（抽象概括）也成为“双基”的重要内容。

（4）从强调知识点到整体把握课程、挖掘贯穿数学课程始终的主线。在以往的数学课程中，比较关注知识点，甚至把考试卷中对知识点的覆盖率作为评价考试卷是否全面考察“双基”的标准。数学知识的学习固然重要，但更为重要的是贯穿于数学知识中的数学思想方法，特别是一些更重要、更基本反映数学本质的内容或思想，它们将伴随着学生将来的学习和工作，是学生终生受用的。高中数学新课程突出了这些内容或思想，而且把它们作为贯穿于整个高中数学课程中的主线，并强调以这些主线为基础，整体把握数学课程。因此，整体把握数学课程也成为“双基”的重要组成部分。

同时，高中数学新课程强调阅读自学是学生学习数学的重要方式之一，并在有关的课程内容中提出让学生阅读自学的要求。因此，学生的数学阅读能力也是“双基”的重要组成部分。

（七）强调本质，注意适度形式化

1. 形式化既是数学的基本特征，也是数学教学的基本要求

“数学是研究空间形式和数量关系的科学”。近现代数学的发展表明，数学的研究领域和对象早已超出了“数”与“形”的范畴，许多新的概念和理论，不是直接从现实世界中提取出来的，而往往是在已经形成的概念和理论的基础上构造出来的。“数学的对象可以包括客观现实中的任何形式和关系”，如同生物学是有机体的科学，物理学是物能的科学一样。从某种意义上说，数学是“模式的科学”，也是“序的科学”，“只有研究秩序和度量的那些学科才属于数学领域……”（笛卡儿语）也即“模式和秩序的科学”。数学的这一发展过程，实际上就是不断地抽象和概括的过程。抽象和概括正是形式化的手段，而形式化是对数学对象及其性质高度抽象和概括的理论结构。因此，从某种意义上讲，高中学生学习数学的过程，就是学习如何抽象概括的过程，也是学习研究模式如何形成的过程；“模式”是一种形式结构，故学习研究模式的过程也是一种形式化的过程。培养学生抽象概括能力、数学建模能力，并使他们掌握高中数学的知识体系和逻辑结构，不断建构自己的认知结构，逐步形成完善的知识结构，从而提高分析问题和解决问题的能力，应是高中数学的重要目标，而形式化则是实现这一目标的必要手段和过程。所以，在高中数学教学中，学习形式化是一项基本要求。

2. 注重数学本质，适度形式化

数学教育的发展历程已清楚地表明，在中学数学中单纯强调形式化是注定要失败的。20 世纪下半叶，欧洲的布尔巴基学派的“结构主义”和美国的“新数运动”，都是由于过分地强调数学的结构系统，而忽视生动的直观背景，违反了一般人的正常认识过程而惨遭失败的。从历史的教训中，我们得出结论：数学教学不能过度形式化。“否则会将生动活泼的数学思维活动淹没在形式化的海洋里。数学的现代发展也表明，全盘形式化是不可能的。”因此强调“数学教学应反璞归真，努力揭示数学概念、法则、结论的发展过程和本质。数学课程要讲逻辑推理，更要讲道理，通过典型例子的分析和学生自主探索活动，使学生理解数学概念、结论逐步形成的过程，体会蕴涵在其中的思想方法，追寻数学发展的历史足迹，把数学的学术形态转化为学生易于接受的教育形态。”这既是对课程理念的阐释，同时也指出了数学教学的实施途径和方法。

（八）体现数学的文化价值

数学已经融入人类的文化发展进程，成为人类文化的重要组成部分。数学是人类认识自然的中介，是自然科学的工具，是思想方法体系；数学是思维工具，是理性的艺术。数学的这些特质，使数学具有独特的文化价值，它的内容、思想、方法、精神和语言已广泛渗入到人们的日常生活和工作中，影响着人们的思维方式；数学是人们生活、工作和学习必需的工具，它能促进人类文化的不断发展，促进人类文明的不断进步。数学与自然、社会的特殊关系，使得数学成为人类发展中不可或缺的主要内容。它对于培养学生奋发向上的精神，求真务实的科学态度，形成良好的个性品质，高度的社会责任感和美学价值具有重要作用。因此，作为传承人类文化的数学课程，理所当然地应该“适当反映数学的历史、应用和发展趋势，数学对推动社会发展的作用，数学的社会需求，社会发展对数学发展的推动作用，数学科学的思想体系，数学的美学价值，数学家的创新精神”，“帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用，逐步形成正确的数学观”。

为此，《标准》强调了数学文化的重要作用，要求将其尽可能的与高中数学课程内容有机结合。同时，设置了“数学史选讲”的专题，旨在使学生逐步了解数学的思想方法、数学的理性精神，欣赏数学的美学价值，体会数学家的创新精神，以及数学文明的深刻内涵。

（九）注重信息技术与数学课程的整合

随着信息技术的普及和发展，我国教育信息化进程正在加速，普通高级中学的信息技术装备也在不断改善，多媒体硬件、校园网、互联网上网终端等正在成为普通高

中的基本设施。这些都为信息技术在数学教学中的应用创造了有利条件。

1. 树立现代信息技术与数学课程融合的观念

现代信息技术的发展和广泛应用正对数学教育的价值、目标、内容以及教与学的方式产生深刻的影响。面对 21 世纪的挑战,学生数学发展的愿望和能力最重要的基石之一就是现代信息技术与新的数学课程理念的融合。高中数学课程应提倡利用信息技术来实现以往数学中难以显现的课程内容,实现信息技术与数学课程的有机整合。

2. 现代信息技术要致力于改善学生的学习方式

《标准》指出:“尽可能使用科学计算器、各种数学教育技术平台,加强数学教学与信息技术的结合,鼓励学生运用计算机、计算器等进行探索和发现”。随着学校条件的不断改善,计算机等现代信息技术设备将成为数学教学的有力工具,这无疑将极大地影响数学教育的现状。教师可以利用各种现代化的技术平台,改善学生的学习方式;学生可以通过各种现代化媒介获取信息,帮助思考、促进学习。作为可操作的探索工具,现代信息技术不仅能激发兴趣,促进学生创新精神的发展,而且能帮助学生从一些繁琐、枯燥和重复性的工作中解脱出来,使他们有更多的机会动手、动脑、思考和探索,真正意义上尊重学生的创造性,充分挖掘学生的潜能,促进师生、生生之间的交流与合作,使不断提出问题、解决问题的学习方式成为可能。

(十) 建立合理、科学的评价机制

现代社会对人类发展的要求必将引起评价体系的深刻变化,评价改革应当与数学课程改革同步进行。评价是管理的手段,管理通过评价而起作用。课程改革的理念和方案,若没有相应的评价与管理作保障,将难以落实到位。因此,应积极进行教学教育评价改革,建立合理、科学的评价体系(包括评价理念、评价内容、评价形式和方法、评价体制等),促进数学课程目标的全面实现。

1. 突出评价的激励与发展功能,关注数学学习的全过程

“要明确树立这样的观念:评价不是为了给出学生在群体中所处的位置,而是为了每一个学生在现有的基础上谋求进一步的实实在在的发展。”评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习过程,以及在此过程中所表现出来的情感 and 态度,帮助学生自我教育、自我进步,认识自我,建立信心。强调过程本身的价值,把学生在过程中的具体表现作为评价的主要内容。正如《标准》所指出的:“既要关注学生数学学习的结果,也要关注他们数学学习的过程;既要关注学生数学学习的水平,也要关注他们在数学活动中所表现出来的情感态度的变化。”总之,应将评价贯穿数学学习的全过程,既要发挥评价的甄别与选拔功能,更要突出评价的激励与发展功能。

2. 实施促进学生发展的多元化评价

为了更好地实现对学生多角度、全方位的评价与激励,努力使每一个学生都能得到成功的体验,有效地促进学生的个性和潜能的发展。在数学教育评价中,应建立多元化的目标。

促进学生发展的多元化评价,包括评价主体多元化、方式多元化、内容多元化和目标多元化等,应根据评价的目的和内容进行选择。

主体多元化,是指教师评价、自我评价、学生互评、家长和社会有关人员等结合起来;方式多元化,是指定性定量相结合,书面与口头相结合,课内与课外相结合,结果与过程相结合,自评与互评相结合,管理性和激励性相结合等;内容多元化,包括知识、技能和能力,过程、方法,情感、态度和价值观,以及身心素质等内容的评价;目标多元化,是指对不同学生有不同的评价标准,即尊重学生个体差异、尊重学生对数学的不同选择,不以一个标准衡量所有学生的状况。

3. 发挥评价的反思功能,促进教师改进教学

“数学教学的评价应有利于营造良好的育人环境,有利于数学教与学活动过程的调控,有利于学生和教师的共同成长。”不断改进教师的教学是评价的另一方面。教师通过对学生的评价,分析与反思自己的教学行为,从多种渠道获得信息,找到改进要点,提高教学水平。另外,建立以教师自评为主,校长、教师、学生和家长共同参与的评价制度,使教师有更为广泛地获取信息的机会,不断提高业务水平。

二、课程目标

学校教育是一种有目的、有意识的教育活动,它反映了社会对未来人才培养在知识、技能、能力、意识、态度、价值观、情感等方面的要求。《标准》指出,高中数学课程的总目标是:使学生在九年义务教育数学课程的基础上,进一步提高作为未来公民所必要的数学素养,以满足个人发展与社会进步的需要。

1. 获得必要的数学基础知识和基本技能

理解基本的数学概念、数学结论的本质,了解概念、结论等产生的背景、应用,体会其中所蕴涵的数学思想和方法,以及它们在后续学习中的作用。通过不同形式的自主学习、探究活动,体验数学发现和创造的历程。

以发展的观点认识“双基”,使学生积极主动地学习,是《标准》的基本理念,是课程目标对知识、技能的基本要求。

2. 提高空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力

上述能力是《标准》对基本能力认识的一个发展,是课程目标对数学能力的基本要求。空间想象能力是非常重要的,无论是在数学研究、数学学习方面,还是在其他

方面，都是一种基本能力。抽象概括能力是这次《标准》中新增加的一个基本能力，这不仅是数学本身与数学学习的需要，也是现代社会对未来公民基本素养的要求。

3. 提高数学的提出、分析和解决问题（包括简单的实际问题）的能力，数学表达和交流的能力，发展独立获取数学知识的能力

这是《标准》对数学能力的进一步要求。“提出问题”是我国数学教育中的一个薄弱环节，在中学数学教育中，让学生学习提出问题、学会提问题将对创造性思维、创新意识的培养起到非常重要的作用；数学交流是指用数学语言来传递信息和情感的过程，交流需要表达，交流和表达是密不可分的。交流对于加强对数学的认识和理解有重要作用，在交流的过程中，可以更好地理解和使用数学语言和符号，可以组织和强化学生的数学思维，同时通过思考他人的想法和策略来丰富和扩展自己的知识和思维；“发展独立获取数学知识的能力”，这是《标准》对能力的一个新要求，一方面是针对目前中学数学教育中的问题，另一方面也是知识经济时代，知识更新周期日益缩短对人才培养的一个要求。

4. 发展数学应用意识和创新意识，力求对现实世界中蕴涵的一些数学模式进行思考和做出判断

这是《标准》对应用意识和创新意识的具体化和明确化的要求。《标准》提倡通过丰富的实例引入相应的概念、结论，引导学生应用数学知识去解决问题，并且尽可能让学生在经历探索、解决问题的过程中去体会数学的应用价值，目的是帮助学生认识到数学与“我”有关，与实际生活有关。著名数学家华罗庚曾经指出：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无所不在”，让学生产生“我要用数学，我能用数学”的积极情感，逐步形成运用数学的意识，并在运用中孕育创新意识。

5. 提高学习数学的兴趣，树立学好数学的信心，形成锲而不舍的钻研精神和科学态度

在心理学中，曾经把学生的心理因素分为智力因素和非智力因素。通常，把兴趣、信心、态度、习惯等归为非智力因素。实际上，它们在学生的学习中，发挥着很重要的作用。

数学学习过程中的兴趣是主体性学习的内在动力，也是学好数学的基本保证。数学课程及其教学应尽可能激发学生学习数学的兴趣，帮助他们树立学好数学的自信心，使他们愿意亲近数学、了解数学、谈论数学、应用数学，愿意用数学的眼光观察周围的现象。数学课程的学习需要锲而不舍的钻研精神，需要有克服困难的毅力和决心，因而数学课程也就成为我们培养学生具备这种精神和态度的很好载体。

6. 具有一定的数学视野, 逐步认识数学的科学价值、应用价值和文化价值, 形成批判性的思维习惯, 崇尚数学的理性精神, 体会数学的美学意义, 从而进一步树立辩证唯物主义和历史唯物主义世界观

学生对数学价值的认识, 对数学美的感受, 是提高其自身素质的重要方面。因此, 数学课程应通过适当的内容设置, 以及适当的教学形式来开阔学生的数学视野, 使他们更多地了解数学科学与人类社会发展之间的相互作用。

科学的基本态度之一是疑问, 科学的基本习惯之一是批判。养成科学的质疑态度、批判性的思维习惯, 具有实事求是、严谨的风格以及崇尚科学的理性精神, 是对公民进行科学教育要达到的目标之一。数学的客观真理性、推理严谨性, 使之成为理性的化身, 因而数学课程应责无旁贷地肩负起培养人的理性精神和批判性思维习惯的使命。

在这一轮课程改革中, 根据教育部课程改革纲要的精神, 在课程目标中, 提出了三维课程目标。把课程目标分为三个维度, 即: 知识与技能的目标; 过程与方法的目标, 具体体现就是在这个过程中把握方法、形成能力, 在这个过程中发展意识, 比如应用意识、创新意识; 情感、态度、价值观的目标, 一种对于人的全面和谐发展和社会发展的更高层次的要求。三维目标有各自的独立内涵, 但是它们之间又存在着密切的联系。

把“过程与方法”作为目标是本次课程改革最大的变化之一。在以前的《数学教学大纲》中, 不同程度上都强调了“过程与方法”的重要性, 但是, 这次课程改革把“过程与方法”作为目标。这样, “过程与方法”不是可有可无的东西, 而是必须实现的基本目标。我们必须认识到这种变化不仅力度大, 而且有非常重要的意义。实际上, 在长期的教学活动中, 优秀的教师不仅关注学生对知识技能的掌握, 而且特别关注掌握知识技能的过程, 包括知识的来龙去脉, 结论的背景、产生过程和意义, 获取知识的能力和 method, 等等。在数学知识技能中, 蕴涵着一些重要的数学思想和方法。学习的目的, 不仅在于掌握数学知识技能和结果, 更重要的是经历形成这些数学知识技能的过程, 体会其中所蕴含的数学思想和方法, 学会运用这些思想和方法去学习其他的知识, 并能从中感悟数学的作用和价值, 提高学生学习的兴趣, 树立学生学好数学的信心。

三、内容结构

(一) 课程内容选择的基本原则与特征

内容标准是数学课程目标的进一步具体化, 是新课程理念的载体, 虽然表现为关

于一些学习内容的指标（或称规格、要求、目的等），但这并不是内容标准的全部内涵，不能以所谓的“指标”等这样浅层的标准去分析、把握“内容标准”，把它当作纯粹的知识纲要、考试指南。我们要站在更新教育观念、全面改进教育教学工作的高度来学习、理解认识“内容标准”，这将使我们获得创造性地实施数学课程标准所最需要、也是最有价值的原则、态度和方法。

1. 面向全体学生，服务终身发展

基础性是高中课程内容选择遵循的基本原则之一，既进一步提升所有学生的共同基础，同时更为每一位学生的发展奠定不同基础。数学“内容标准”的基础性体现在：第一是内容的基础性，高中数学课程的必修课应当满足所有学生共同的数学需求，选修课也仍然应是学生发展所需要的基础性数学课程，这样可以拓宽数学学习的知识面，使学生尽早认识到数学的全貌，破除数学的神秘感，从而树立起学好数学的信心。在高中阶段，学生学习内容的主体仍是集合、函数、数列、三角、不等式、向量、立体几何、解析几何、概率、统计和导数的基本知识，并新增了算法、框图、推理和证明的基本知识，内容更多、比重更大、层次更丰富、涵盖面更广，对口头、书面的数学表达能力提出了明确的要求。第二是“标高”的基础性，指出高中数学课程应为学生提供适应现代生活和未来发展所必需的重要数学知识（包括数学事实、数学活动经验）以及基本的数学思想方法和必要的应用技能，注重对知识及其背景的认识，不追求繁琐的运算和技巧。“内容标准”删去那些知识过于陈旧落后、过于繁杂、不利于学生发展的传统内容；减少了因现代技术的发展而滞后的内容；控制容易导致人为综合和变相拔高的内容，规定了学生在相应学段应该达到的基本水平，在教学中应予以注意。

2. 内容螺旋式呈现，逐步深化理解

根据学生学习的心理规律和认知规律，学生的数学学习是一个从量变到质变的过程，是连续且有层次的过程，是上升的过程。在教学内容的安排上，“内容标准”对相应知识的理解是分阶段、有层次、循序渐进、逐步深入的，并且在内容的呈现过程中，努力使知识中蕴涵的思想方法体现出来。一些基本的数学概念、原理、思想、方法是通过前期孕伏、重点学习和后期发展的方法，使学生反复领会和运用。一些抽象程度较高的数学概念和原理，通过逐级渗透和逐步提高的方法，以加深学生对数量关系和空间形式的本质的认识。一些核心概念和基本思想（如函数、空间观念、数形结合、向量、导数、统计、随机观念、算法等）贯穿于整个高中数学教学的始终，有助于学生更好地理解和掌握。对原有的一些基础知识，教学中要用这种理念来组织教学。例如，空间几何的教学可从两个方面展开——从整体到局部，从具体到抽象，而且应注意用向量方法处理有关问题；不等式的教学要关注它的几何背景和应用；三角恒等变形的教学要加强与向量的联系，简化相应的运算和证明。以下就必修课程与选修课

程中的“立体几何”、“平面解析几何”、“概率”、“统计”内容做出比较。

内 容	必 修	选 修
立 体 几 何	要求从对空间几何体的整体观察入手认识空间图形；再以长方体作为载体，直观认识和理解空间点、线、面的位置关系；能用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定，并对某些结论进行论证。了解一些几何体的表面积与体积的计算方法	把平面向量及其运算推广到空间，运用空间向量解决有关直线、平面位置关系的问题，体会向量方法在研究几何图形中的作用，进一步发展空间想象能力和几何直观能力
平 面 解 析 几 何	在平面直角坐标系中建立直线和圆的代数方程。运用代数方法研究它们的几何性质及其相互位置关系，并了解空间直角坐标系，体会数形结合的思想，初步形成用代数方法解决几何问题的能力	学习圆锥曲线与方程，了解圆锥曲线与二次方程的关系，掌握圆锥曲线的几何性质，感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用。结合已学过的曲线及方程的实例，了解曲线与方程的对应关系，进一步体会数形结合的思想
概 率	结合具体实例，学习概率的某些基本性质和简单的概率模型，加深对随机现象的理解，能通过实验、计算器（或计算机）模拟估计简单随机事件发生的概率	学习某些微型随机变量分布列及其均值、方差等内容，初步学会利用离散型随机变量思考描述和分析某些随机现象的方法。并能用所学知识解决一些简单的实际问题，进一步体会概率模型的作用及运用概率思考问题的特点，初步形成用随机观念观察、分析问题的意识
统 计	通过实际问题情境，学习随机抽样、样本估计总体、线性回归的基本方法，体会用样本估计总体及其特征的思想。通过解决实际问题，较为系统地经历数据收集与处理的全过程，体会统计思维与确定性思维的差异	通过对典型案例的讨论，了解和使用一些常用的统计方法，进一步体会运用统计方法解决实际问题的基本思想，认识统计方法在决策中的作用

3. 弹性选择与编排，促进学生个性发展

数学教学内容的选择要使不同的人 在数学上得到不同的发展，满足所有学生的数学学习要求，使全体学生都能得到相应的发展。所以课程标准在内容的选择与编排上有一定的弹性，为学生提供多层次、多种类的选择，以促进学生的个性发展和对未来人生规划的思考。例如，课程标准在选修课程中设置了系列 1、系列 2。系列 1 课程是为那些希望在人文、社会科学等方面发展的学生而设置的，系列 2 课程则是为那些希望在理工、经济等方面发展的学生设置的，学生可以在适当的指导下进行自主选择。在系列 1、系列 2 课程中，有一部分内容是相同的，只是某些要求有所区别。如常用逻辑用语、统计案例、数系扩充与复数、导数及其应用、圆锥曲线与方程、推理与证明等，学生在初步选择以后还可以进行适当的转换、调整。同时，课程标准给学校和

教师也留有一定的选择空间，他们可以根据自己学生的社会环境特征、思维活动水平和学生的基本需求及自身的教学条件，制定课程发展计划，创建最适合自己的数学学习活动。如选修课中系列3、系列4基本上不依赖其他系列的课程，可以与其他系列课程同时开设。这些专题的开设不但可以不考虑先后顺序而且可以予以扩充，不断丰富和完善供学生选择的课程。

此外，课程标准还强调用联系、运动的发展性眼光关注数学各分支之间、数学与其他学科之间的联系，使学生养成以联系和运动的观点看待客观世界的科学态度。例如，通过频率来估计事件的概率，通过样本的有关数据对总体的可能性作出估计等。再如从统计与概率的角度为学生提供问题情境，在解决统计与概率的问题时自然地使用其他领域的知识和方法等等。

4. 注重知识生成过程，引导学生主动学习

改善学生的学习意识是高中数学课程追求的基本理念。课程标准认为学习的素材应当来源于学生的现实，既可以是学生在自己的生活中能够见到的、听到的、感受到的，也可以是他们在数学或其他学科学习过程中能够思考或操作的，属于思维层面的现实。对知识的呈现形式力求体现问题情境，建立数学模型——解释、应用与拓展的模式，即从具体的问题情境中抽象出数学问题，用各种数学语言表达问题、建立数学模型、获得合理的解答并确认知识的学习。这样的呈现方式有利于学生理解并掌握相关的知识与方法，形成良好的数学思维习惯和应用数学的意识，感受数学创造的乐趣，增进学好数学的信心，获得对数学较为全面的体验与理解，促进一般能力的发展。在数学教学中，学习形式化的表达是一项基本要求，同时数学教学又不能过分的形式化，否则会将生动活泼的数学思维活动淹没在形式化的海洋里。内容标准给出许多典型例子，要求教师通过分析，使学生理解数学概念、结论、方法、思想，追寻数学发展的历史足迹，把数学的学术形态转化为学生易于接受的教育形态。

例如，课程标准常用这样的格式陈述学习的内容：“通过实例……”、“在实际情境中……”、“观察……”、“感受……”、“体会……”、“探索……”等，要求学生主动参与数学活动，强化自主探索和合作交流的意识，使学生形成自己对数学知识的理解和有效的学习，从而加深对相关知识的理解、发展自己的思维能力，而不使用“掌握……”、“能熟练地……”、“受到……”等传统格式来陈述，将内容过程化。这样教学容易发挥学生学习的主观能动性，使学生的学习过程成为在老师引导下的“再创造”过程，有助于激发学生学习数学的兴趣，发展学生的创新精神和实践能力；有助于学生初步了解数学概念和结论产生的过程，初步理解直观和抽象的关系，初步尝试数学研究的过程，体验创造的激情；有助于培养学生勇于质疑和善于反思的习惯，培养学生发现、提出、解决数学问题的能力。

5. 重建“数学基础”，整合课程内容与信息技术

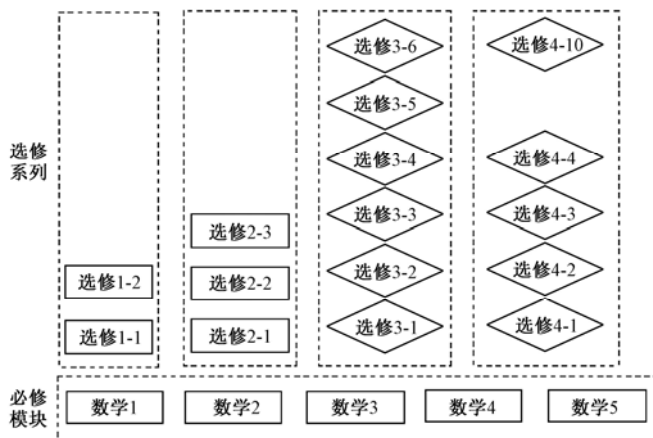
随着时代的发展，特别是数学的广泛应用和现代信息技术的发展对社会各个领域的影 响，课程标准重新审视了基础知识、基本技能和能力的内涵，形成了符合时代要求的新的“数学基础”，增加了算法的内容，加强了概率、统计的内容，突出了数学的文化价值和实际应用等。例如，课程标准提倡利用计算器、计算机来处理数据，进行模拟活动来呈现以往教学中难以呈现的课程内容，使学生将更多的精力投入到有意义的数学探索性活动中去，实现信息技术与中学数学课程内容的有机整合。课程标准提出要利用现代信息技术，改进教与学的方式，认为现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容产生深刻的影响。教学中不仅应重视利用信息技术呈现以往课堂教学中难以呈现的课程内容，更应重视信息技术与课程内容的有机整合，通过信息技术，开发与利用课程资源。教学中，应尽可能使用科学型计算器、计算机及软件、互联网，以及各种数学教育技术平台，加强数学教学与信息技术的结合。教师应适当使用信息技术，改变教学方式和学生的学习方式。引导学生借助信息技术学习有关数学内容，探索、研究一些有意义、有价值的数学问题。

（二）高中数学课程框架

1. 内容结构框图

（1）总体结构：

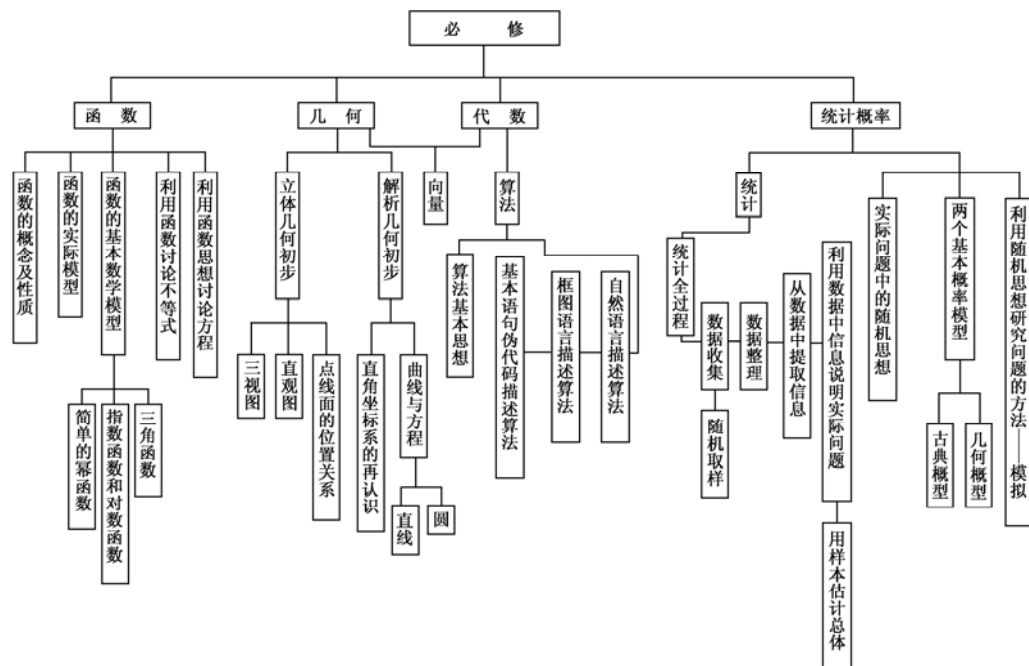
高中数学课程分为必修课程和选修课程两部分。必修课程由 5 个模块组成；选修课程有 4 个系列，其中系列 1、系列 2 由若干个模块组成，系列 3、系列 4 由若干个专题组成，每个模块 2 个学分(36 学时)；每个专题 1 学分（18 学时），每 2 个专题组成 1 个模块。其结构如下图所示（矩形框为模块，菱形框为专题）。



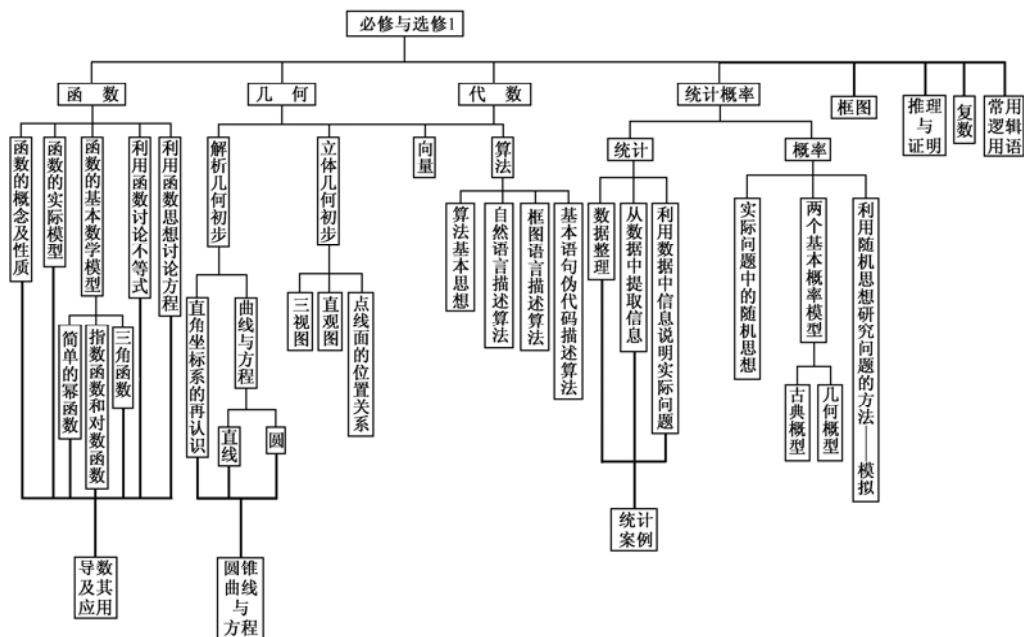
《普通高中课程方案（实验）》指出：“模块的设置有利于解决学校科目设置相对稳定与现代科学迅猛发展的矛盾，并且便于适时调整课程内容；有利于学校充分利用场地、设备等资源，提供丰富多样的课程，为学校有特色的发展创造条件；有利于学校灵活安排课程，学生自主选择并及时调整课程，形成有个性的课程修习计划。”

在普通高中课程结构中引入模块这一概念的意义至少有如下三点：一是能使课程体系由封闭走向开放，课程由此走出具有封闭性的传统学科逻辑的束缚，开始更加灵活地适应学生自主选择和个性发展的需要，适应日新月异的科技、文化发展和社会进步，适应有特色的学校文化发展的需求。二是能使课程逐步走向以专题或课题为组织的线索，便于学生从事探究学习。当然，不同模块之间又有内在联系，因此并没有因为引入模块概念而消泯学科逻辑的力量，而是通过这一概念使课程走出内容驱动、走向探究驱动。三是便于减轻学生的学习负担，提高学习效率。新课程中的模块都要求学生每周学习 4 课时，半个学期完成，如成绩合格即可获得 2 学分。这便于学生及时调整学习计划，即便暂时学习某一模块失败，也可及时得到补救。

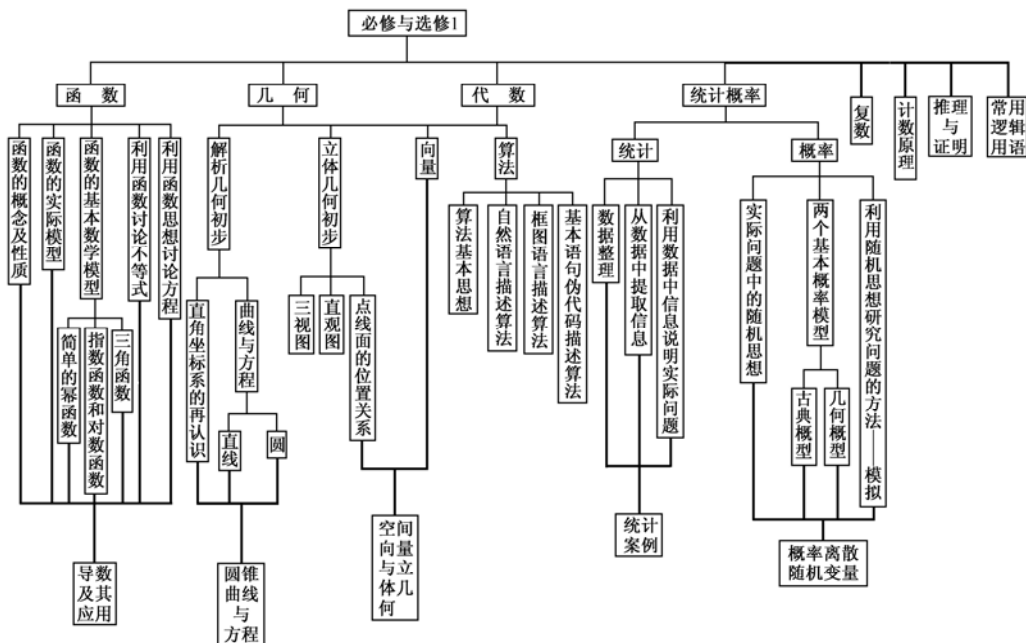
（2）必修内容体系的框图：



（3）必修与系列 1 内容体系的框图：



(4) 必修与系列 2 内容体系的框图:



(5) 选修系列 1、2 的异同:

选修 1 和选修 2 中,就内容和要求可以分成三类。

第一类是选修 1、2 都有,且内容和要求完全相同:常用逻辑用语、复数、统计案例。

第二类是选修 1、2 都有,但局部有差异:圆锥曲线,导数及其应用,推理与论证。

第三类是分别属于选修 1、2:选修 1 中有框图,选修 2 中有空间向量与立体几何、计数原理、概率。

应认真地分析第二类内容的定位差异。

选修 2 的内容中,圆锥曲线部分对抛物线的要求要高于选修 1 的要求,另外增加了曲线与方程的内容。

选修 2 的内容中,导数及其应用部分增加了简单复合函数求导、定积分的内容。对微积分基本定理的要求也有所不同,在选修 1 中,把微积分基本定理作为数学文化加以介绍,在选修 2 中,希望学生能够了解微积分基本定理的简单推导过程,体会微积分基本定理的意义和作用。

选修 2 的内容中,推理与证明部分增加了数学归纳法。

2. 课程设置的原理与意图

必修课程内容确定的原则是:满足未来公民的基本数学需求,为学生进一步的学习提供必要的数学准备。

选修课程内容确定的原则是:满足学生的兴趣和对未来发展的需求,为学生进一步学习、获得较高数学修养奠定基础。其中,系列 1 是为那些希望在人文、社会科学等方面发展的学生而设置的,系列 2 则是为那些希望在理工、经济等方面发展的学生而设置的。系列 1、系列 2 内容是选修系列课程中的基础性内容。

系列 3 和系列 4 是为了对数学有兴趣和希望进一步提高数学素养的学生而设置的,所涉及的内容反映了某些重要的数学思想,有助于学生进一步打好数学基础,提高应用意识,有利于学生终身的发展,有利于开阔学生的数学视野,有利于提高学生对科学的科学价值、应用价值、文化价值的认识。其中的专题将随着课程的发展逐步予以扩充,学生可根据自己的兴趣和志向进行选择。根据系列 3 内容的特点,系列 3 不作为高校选拔考试的内容,对这部分内容学习的评价适宜采用定量与定性相结合的方式,由学校进行评价,评价结果可作为高校录取时的参考。

3. 模块的逻辑顺序

必修课程是选修课程中系列 1、系列 2 课程的基础。选修课程中系列 3、系列 4 基本上不依赖其他系列的课程,可以与其他系列课程同时开设,这些专题的开设可以不考虑先后顺序。必修课程中,数学 1 是数学 2、数学 3、数学 4 和数学 5 的基础。

（三）教学内容的变化

1. 数学课程新增教学内容

课 程	教 学 内 容	课 时 数
数学3（必修）	算法初步（含程序框图）	12
选修1-1	推理与证明	10
选修1-2	框图（流程图、结构图）	6
选修2-2	推理与证明	8
选修3-1	数学史选讲	18
选修3-2	信息安全与密码	18
选修3-3	球面上的几何	18
选修3-4	对称与群	18
选修3-5	欧拉公式与闭曲面分类	18
选修3-6	三等分角与数域扩充	18
选修4-2	矩阵与变换	18
选修4-3	数列与差分	18
选修4-6	初等数论初步	18
选修4-7	优选法与试验设计初步	18
选修4-8	统筹法与图论初步	18
选修4-9	风险与决策	18
选修4-10	开关电路与布尔代数	18

另外，新增数学探究、数学建模、数学文化。他们是贯穿于整个高中课程的主要内容，这些内容不单独设置，渗透在每个模块或专题中。要求高中阶段至少各应安排一次较为完善的数学建模、数学探究活动。

2. 删减的教学内容

原大纲的“极限”内容被删减，但该内容中的“数学归纳法与数学归纳法举例”在《课标》中被安排在选修2-2“推理与证明”选修4-5“不等式选讲”中。

3. 部分教学内容必修与选修的调整

教学内容在原大纲中的情况	教学内容在新标准中的情况
统计：选修（选修I、选修II）	统计：必修（数学3） 统计案例：选修（选修1-2、选修2-3）
简易逻辑：必修	常用逻辑用语：选修（选修1-1、选修2-1）
圆锥曲线方程：必修	圆锥曲线与方程：选修（选修1-1、选修2-1）
排列、组合、二项式定理：必修	计数原理：选修（选修2-3）

4. 部分教学内容知识点的增减

课程	教学内容	增加知识点	删减知识点
数学 1	函数概念与基本初等函数 I	幂函数	
数学 2	立体几何初步		三垂线定理及其逆定理 (作为向量应用实例)
数学 2	平面解析几何初步	空间直角坐标系	
数学 3	概率	几何概型	
数学 3	统计	茎叶图	
数学 4	基本初等函数 II (三角函数)		已知三角函数值求角
数学 4	平面上的向量		线段定比分点、平移公式
数学 5	不等式		分式不等式
数学选 1-1 数学选 2-1	常用逻辑用语	全称量词与存在量词	
数学选 2-2	导数及其应用	定积分与微积分基本定理	
数学选 4-4	坐标系与参数方程	柱坐标系、球坐标系	

5. 部分教学内容知识点要求的调整

课 程	教学内容	提高要求	降低要求
数学 1	函数概念与基本初等函数 I	分段函数要求能简单应用	反函数的处理, 只要求以具体函数为例进行解释和直观理解, 不要求一般地讨论形式化的反函数定义, 也不要求已知函数的反函数
数学 2	立体几何初步		仅要求认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征; 对棱柱、正棱锥、球的性质由掌握降为不作要求
数学 3	统计	知道最小二乘法的思想	
选修 1-1 选修 2-1	常用逻辑用语		不要求使用真值表
选修 1-1	圆锥曲线与方程		
选修 2-1	圆锥曲线与方程		对双曲线的定义、几何图形和标准方程的要求由掌握降为了解, 对其有关性质由掌握降为知道
选修 1-1 选修 2-2	导数及其应用	要求通过使利润最大、用料最省、效率最高等优化问题, 体会导数在解决实际问题中的作用	
选修 2-3	计数原理		对组合数的两个性质不作要求
选修 4-4	坐标系与参数方程	对大纲未作要求的直线、双曲线、抛物线提出了同样的写出参数方程的要求	大纲理解圆与椭圆的参数方程降为选择适当的参数写出它们的参数方程

6. 同一教学内容课时的变化

原 大 纲		新 课 标		
教学内容与性质	课时	教学内容与性质	课时	必修、选修课时增减(+、-)
集合、简易逻辑(必修)	14	集合(必修)	4	(必修)-10
		常用逻辑用语(选修1-1、2-1)	8	(选修)+8
函数(必修)	30	函数概念与基本初等函数Ⅰ(必修)	32	(必修)+2
三角函数(必修)	46	基本初等函数Ⅱ(三角函数)(必修)	16	(必修)-14
		三角恒等变换(必修)	8	
		解三角形(必修)	8	
直线和圆的方程(必修)	22	平面解析几何初步(必修)	18	(必修)-4
圆锥曲线方程(必修)	18	圆锥曲线与方程(选修1-1)	12	(必修)-18
		圆锥曲线与方程(选修2-1)	16	(选修)+12 (选修)+16
直线、平面、简单几何体 9(A)(必修)	36	立体几何初步(必修) 空间向量与立体几何(选修2-1)	18	(必修)-18
直线、平面、简单几何体 9(B)(必修)	36		12	(选修)+12
不等式(必修)	22	不等式(必修)	16	(必修)-6
		不等式选讲(选修4-5)	18	(选修)+18
排列、组合、二项式定理(必修)	18	计数原理(选修2-3)	14	(必修)-18 (选修)+14
统计(选修Ⅰ)	9	统计(必修)	16	(必修)+16
		统计案例(选修1-2)	14	(选修)+5
概率(必修)	12	概率(必修)	8	(必修)-4
统计与概率(选修Ⅱ)	14	统计与概率(选修2-3)	22	(选修)+8
研究性学习课题(必修)研究性学习课题(选修Ⅰ) 研究性学习课题(选修Ⅱ)	12 3 6	数学探究(是与必修课程和选修课程并列的课程内容,参见目录)		内容不单独设置,渗透在每个模块或专题中,高中阶段至少安排一次较为完整的数学探究活动
导数(选修Ⅰ)	15		16	(选修)+1
导数(选修Ⅱ)	18	导数及其应用(选修2-2)	24	(选修)+8

7. 新增与变化的内容及要求

高中数学新课程新增与变化的内容可分为两个层次。第一个层次,在结构上有变化;第二个层次,在定位上有变化。

第一层次对于结构上的变化。

(1) 算法与框图,这是新课程新增内容。在现代社会里,计算机已经成为人们日常生活和工作不可缺少的工具。现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题的程序或步骤,这些程序或步骤必须是明确和有效的,而且能够在有限步骤之内完成。描述算法可以用不同的方式,可以用日常语言和数学公式加以描述,也可以使用程序框图直观地表示算法的整个结构,而如果要在计算机上具体实施算法,则还需要将算法转化为程序语句。算法和计算机有着密切的联系,计算机解决任何问题都要依赖于算法。只有将解决问题的过程分解为若干明确的步骤,即算法,并用计算机能够接受的“语言”准确的描述出来,计算机才能够解决问题。因此,算法是计算机科学的重要基础,没有算法也就没有计算机。

(2) 立体几何。新课程与传统的立体几何相比,发生了较大的变化。现在把立体几何分成两个部分,第一部分是立体几何初步,放在必修2学习。立体几何初步主要是依托三视图来提升学生空间的想象力,依托于长方体去认识点、线、面的位置关系。还有一些球体积、球表面积的内容。这样构架了一个立体几何初步的课程。

第二部分是空间向量与立体几何。在整个课程的变化中经历了这样一个过程,最初立体几何主要是通过综合几何来认识立体几何的内容,到上一次课程改革的时候,就增加了空间向量的内容,但是数学课程提供了两个载体:一个是空间向量与立体几何,就是用向量几何的观点来认识立体几何的点、线、面的位置关系和它们的度量关系;另一个是维持传统的综合几何的认识。经过一段时间的尝试,到这一次课程标准的研制,大家比较一致的意见是强化空间向量的作用,因此为理科的学生设置了空间向量与立体几何,就是定量地讨论点、线、面的位置关系,或者说是用向量几何来进一步地认识点、线、面的位置关系。主要是一些度量关系,比如说求长度、角度等等。空间向量与立体几何只是为理科学生开设的,文科学生不需要学习这部分内容。

(3) 解析几何。新课程分成了三个不同层次的要求:第一是解析几何初步,是以圆和直线为载体,初步地理解解析几何的思想;第二是在选修系列1、2中设置了圆锥曲线内容,用以加深对于解析几何的认识,大家特别要注意文科和理科的要求是有所不同的;第三是系列4中的坐标系与参数方程,全面地了解圆锥曲线的生成过程和相互关系,这是为在数学方面有特殊爱好的学生安排的。

(4) 统计与概率。新课程的变化,主要是在内容与顺序上的变化。首先统计与概率有关系,但也是相对独立的两部分,两者研究的侧重点不同。统计是为了从数据中提取信息,教学时应引导学生根据实际需求选择不同的方法合理地选取样本,并从样本数据中提取需要的数字特征。概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义。教学时不要把重点放在“如何计数”上,计数本身只是方法与策略问题,

在具体的模型中有很多特殊的计数方法，这些不是教学的重点，教学的重点应当是让学生理解古典概率的特征。

现在概率初步的安排分成两个部分：一部分是放在必修3，就是概率论初步；另一部分是通过理解离散的随机变量，来进一步地加深对于随机现象的认识。对于随机现象、随机变量的认识，放在了选修系列2，只对理科要求。这次比较大的变化是把计数原理和古典概率分开。在必修中，讲古典概率而不讲计数原理，计数和随机现象实际上是两个完全不同的问题，这样处理，是为了更突出对随机现象的认识，而不是把难点放在计数原理上，这是比较大的变化。

(5) 常用逻辑用语。在定位上和结构上发生了明显变化：就是把集合和常用逻辑用语分开。常用逻辑用语主要是帮助学生熟悉、了解并且能够在日常生活和数学学习中正确地使用，特别是数学中经常用到的一些逻辑用语，而不把它作为逻辑学初步，也不作为数理逻辑学初步，这是非常明显的一个定位上的差异。

(6) 极限与导数。新课程恢复了牛顿对于微积分的一个探讨过程，这种变化是一种返璞归真。就是在不讲极限的情况下直接切入，通过大量实例分析和几何直观认识来理解导数，并且能够利用它去讨论一些实际问题，不是把大学所学的微积分的相关部分压缩后放在中学。在牛顿的时代，并没有形成完整的极限理论，对于函数的连续性、可导性，还没有形成一个完整的理论，但是导数已经发挥了划时代的作用，就是微积分发挥了划时代的作用。

(7) 推理与证明。是课标首次纳入中学数学的课程，属于文、理科学生必修内容，其重要性可见一斑。推理与证明是数学的基本思维过程，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理。合情推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等）、实验和实践的结果，以及个人的经验和直觉等推测某些结果的推理过程。归纳、类比是合情推理常用的思维方法。在解决问题的过程中，合情推理具有猜测和发现结论、探索 and 提供思路的作用，有利于创新意识的培养。演绎推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等），按照严格的逻辑法则得到新结论的推理过程，培养和提高学生的演绎推理或逻辑证明的能力是高中数学课程的重要目标。课标增加推理与证明的重要意义在于，通过合情推理的学习培养学生的创新意识。

(8) 数学探究和数学建模。过去数学探究和数学建模的要求是渗透在课程的内容中，为了强化大家对于数学探究和数学建模的认识，提升学生的创新意识以及实践能力，要求在三年的时间里，师生共同完整地完一次数学探究和数学建模活动。也就是从发现提出问题，到把问题转化为数学问题，并且寻求解决办法，得到数学的结果，然后，在实际中还要探索数学的结果是不是符合实际。如果不符合实际，还需要调整

解决问题的思路，也就是尝试用不同的数学模型加以描述。如果学生能够掌握这样一个数学建模的完整过程，对于学生将来的发展，一定是非常重要的事情！

第二个层次，就是在某些概念、领域以及某些技能等方面的要求和定位上发生了一些变化。

(1) 集合。把集合定位在只是作为一种特殊的符号语言，帮助我们更好地理解数学的概念，描述某些数学的问题。这样一个定位是非常重要的，特别是在起始阶段，我们一定要坚持这样一个定位。

(2) 反函数的要求。不要求抽象地理解反函数，只要求通过对数函数和指数函数的关系，认识对数函数作为指数函数的反函数，初步地形成对反函数的认识。因为真正理解一一对应这个概念需要一个比较长的过程，需要逐渐地加深学生对这个问题的理解。

(3) 淡化了对于函数定义域和值域求法的要求。因为所提供的主要函数的定义域和值域都是比较清晰的，没有必要人为地构造一些求定义域和值域的难题，这不是学习数学最主要的内容。

(4) 立体几何初步，主要是依托一个长方体，更侧重于定性地讨论这个问题，虽然有一些逻辑推理的问题，但是更强调培养学生的空间观念和认识图形、把握图形的能力，当然也需要培养学生的逻辑推理能力。对一些定理，如性质定理，要求学生证明，但对判定定理就不要求证明，即在定位、要求上与以前不太一样。

一方面是希望所有的学生能建立起空间想像能力，这对于学生将来的发展是非常重要的，当然对于学习数学本身也是非常重要的。要强化几何的直观能力，强化图形的作用。希望几何直观成为贯穿整个课程的一个基本思路，也就是强调数形结合。在必修2中增加很多证明的内容是完全不必要的。特别是对文科学生，这样无形中增加了学习的难度。另一方面，新课程强化了用向量来处理几何问题，特别是讨论位置关系和度量关系的时候，有了向量这个工具，就会使很多问题变得非常的简捷和清晰。

高中数学 课程设置建议

一、《标准》中的选课建议

学生的兴趣、志向与自身条件不同，不同高校、不同专业对学生数学方面的要求也不相同，甚至同一专业对学生数学方面的要求也不一定相同。随着时代的发展，无论是在自然科学、技术科学等方面，还是在人文科学、社会科学等方面，都需要一些具有较高数学素养的学生，这对于社会、科学技术的发展都具有重要的作用。

以下提供课程组合的几种基本建议：

(1) 学生完成 10 学分的必修课程，可在数学上达到高中毕业要求。

(2) 在完成 10 学分的必修课程的基础上，希望在人文、社会科学等方面发展的学生，在系列 1 中学习选修 1-1 和选修 1-2，获得 4 学分；在系列 3 中任选 2 个专题，获得 2 学分，总共取得 16 学分。

(3) 希望在人文、社会科学方面发展的学生，如果对数学有兴趣并希望获得较高数学素养，在完成 10 学分必修课程的基础上，在系列 1 中学习选修 1-1 和选修 1-2，获得 4 学分；在系列 3 中任选 2 个专题，获得 2 学分；在系列 4 中任选 4 个专题，获得 4 学分，总共取得 20 学分。

(4) 在完成 10 学分的必修课程的基础上，希望在理工（包括部分经济类）等方面发展的学生，在系列 2 中学习选修 2-1，选修 2-2 和选修 2-3，获得 6 学分；在系列 3 中任选 2 个专题，获得 2 学分；在系列 4 中任选 2 个专题，获得 2 学分，总共取得 20 学分。

(5) 希望在理工（包括部分经济类）等方面发展的学生，如果对数学有兴趣、并希望获得较高数学素养，在完成 10 学分必修课程的基础上，在系列 2 中学习选修 2-1，选修 2-2 和选修 2-3，获得 6 学分；在系列 3 中任选 2 个专题，获得 2 学分；在系列 4 中任选 6 个专题，获得 6 学分，总共取得 24 学分。

课程的组合具有一定的灵活性，不同的组合可以相互转换。学生作出选择之后，可以根据自己的意愿和条件向学校申请调整，经过测试获得相应的学分即可转换。

二、课程设置建议

（一）设置建议

依据《标准》，按照山东省教育厅的要求，逐步废止传统的文理分科教学的做法。要尊重和保障学生通过选择课程实现选择发展方向和发展水平的权利，在保持行政班级不变的基础上实行走班教学。各级教育行政部门和学校不得为学生集体确定选修课程，不得强迫学生选择文、理或艺、体发展方向。从 2008 年入学的新生开始，在二年级末以前不得组织学生分科。参照我省高中数学教学实际，制定以下课程设置建议。

年级	上学期	下学期
高一	数学 1、数学 2 (4 课时/周)	数学 3、数学 4 (4 课时/周)
高二	数学 5；选修 1-1、选修 2-1 (4 课时/周)	选修 1-2 和系列 3 中 2 个专题；选修 2-2、2-3 (4 课时/周)
高三	从选修系列 3 中选择开设 2 个专题；从系列 4 中至少选择开设 2 个专题 (5 课时/周)	总复习 (5 课时/周)

（二）设置说明

1. 必修与选修

数学课程设置方案是对所有普通高中课程开设的基本要求，但不是学生课程选修的最低要求。必修课程所有学生必须修习，选修课程由学生自主选择修习。

2. 文科与理科

从高二上学期第二学段开始学生面临在人文、社会科学等方面发展还是希望在理工、经济等方面发展的问题。为此，依据《标准》提出以下建议：

（1）希望在人文、社会科学等方面发展的学生，高二上学期可选择数学 5、选修 1-1 学习；高二下学期可选择选修 1-2 和系列 3 中 2 个专题学习；高三上学期从系列 4 中至少选择 2 个专题学习。

（2）希望在理工（包括部分经济类）等方面发展的学生，高二上学期可选择数学 5、选修 2-1 学习；高二下学期可选择选修 2-2、2-3 学习；高三上学期从选修系列 3 中选择 2 个专题并从系列 4 中选择 2 个专题学习。

3. 模块开设顺序

根据我省各地市模块的开设顺序和我省选用的人民教育出版社（高中数学 A、B 版）的编写顺序，以及内容结构特点决定采用数学 1、2、3、4、5 的顺序开设。

三、课程内容

（一）必修课程

必修课程由 5 个模块组成，是每个学生都必须学习的数学内容。包括集合、基本初等函数、立体几何初步、平面解析几何初步、算法、统计、概率、平面上的向量、三角恒等变换、解三角形、数列、不等式等内容。较以往高中数学课程的传统基础内容，在目标、重点、处理方式上也发生了变化。这些内容对于所有的高中学生来说，无论是毕业后直接进入社会，还是进一步学习有关的职业技术，或是继续升入大学深造，都是必要的基础。

1. 数学 1

本模块包括集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）等内容。

集合语言是现代数学的基本语言。使用集合语言，可以简洁、准确地表达数学的一些内容。高中数学课程只将集合作为一种语言来学习，学生将学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，发展运用数学语言进行交流的能力。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。学生将学习指数函数、对数函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题。学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系。

2. 数学 2

本模块包括立体几何初步、平面解析几何初步等内容。

几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科。人们通常采用直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算等方法认识和探索几何图形及其性质。三维空间是人类生存的现实空间，认识空间图形，培养和发展学生的空间想像能力、推理论证能力、运用图形语言进行交流的能力以及几何直观能力，是高中阶段数学必修系列课程的基本要求。在立体几何初步部分，学生将先从对空间几何体的整体观察入手，认识空间图形；再以长方体为载体，直观认识和理解空间点、线、面的位置关系；能用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定，并对某些结论进行论证。学生还将了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法。

解析几何是 17 世纪数学发展的重大成果之一，其本质是用代数方法研究图形的

几何性质，体现了数形结合的重要数学思想。在本模块中，学生将在平面直角坐标系中建立直线和圆的代数方程，运用代数方法研究它们的几何性质及其相互位置关系，并了解空间直角坐标系。体会数形结合的思想，初步形成用代数方法解决几何问题的能力。

3. 数学 3

本模块包括算法初步、统计、概率等内容。

算法是数学及其应用的重要组成部分，是计算机科学的重要基础。随着现代信息技术飞速发展，算法在科学技术、社会发展中发挥着越来越大的作用，并日益融入社会生活的许多方面，算法思想已经成为现代人应具备的一种数学素养。需要特别指出的是，中国古代数学中蕴涵了丰富的算法思想。在本模块中，学生将在义务教育阶段初步感受算法思想的基础上，结合对具体数学实例的分析，体验程序框图在解决问题中的作用；通过模仿、操作、探索，学习设计程序框图表达解决问题的过程；体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性，发展有条理的思考与表达的能力，提高逻辑思维能力。

现代社会是信息化的社会，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。随机现象在日常生活中随处可见，概率是研究随机现象规律的学科，它为人们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法，同时为统计学的发展提供了理论基础。因此，统计与概率的基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。在本模块中，学生将在义务教育阶段学习统计与概率的基础上，通过解决实际问题，学习随机抽样、样本估计总体、线性回归的基本方法，体会用样本估计总体及其特征的思想，较为系统地经历数据收集与处理的全过程，体会统计思维与确定性思维的差异。学生将结合具体实例，学习概率的某些基本性质和简单的概率模型，加深对随机现象的理解，通过实验、计算器（机）模拟估计简单随机事件发生的概率。

4. 数学 4

本模块包括三角函数、平面上的向量（简称平面向量）、三角恒等变换等内容。三角函数是基本初等函数，它是描述周期现象的重要数学模型，在数学和其他领域中具有重要的作用。在本模块中，学生将通过实例，学习三角函数及其基本性质，体会三角函数在解决具有周期变化规律的问题中的作用。

向量是近代数学中重要和基本的数学概念之一，它是沟通代数、几何与三角函数的一种工具，有着极其丰富的实际背景。在本模块中，学生将了解向量丰富的实际背景，理解平面向量及其运算的意义，能用向量语言和方法表述和解决数学和物理中的一些问题，发展运算能力和解决实际问题的能力。

三角恒等变换在数学中有一定的应用，同时有利于发展学生的推理能力和运算能

力。在本模块中,学生将运用向量的方法推导基本的三角恒等变换公式,由此出发导出其他的三角恒等变换公式,并能运用这些公式进行简单的恒等变换。

5. 数学 5

本模块包括解三角形、数列、不等式等内容。

学生将在已有知识的基础上,通过对任意三角形边角关系的探究,发现并掌握三角形中的边长与角度之间的数量关系,并认识到运用它们可以解决一些与测量和几何计算有关的实际问题。

数列作为一种特殊的函数,是反映自然规律的基本数学模型。在本模块中,学生将通过对日常生活中大量实际问题的分析,建立等差数列和等比数列这两种数列模型,探索并掌握它们的一些基本数量关系,感受这两种数列模型的广泛应用,并利用它们解决一些实际问题。

不等关系与相等关系都是客观事物的基本数量关系,是数学研究的重要内容。建立不等观念、处理不等关系与处理等量问题是同样重要的。在本模块中,学生将通过具体情境,感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系,理解不等式(组)对于刻画不等关系的意义和价值;掌握求解一元二次不等式的基本方法,并能解决一些实际问题;能用二元一次不等式组表示平面区域,并尝试解决一些简单的二元线性规划问题;认识基本不等式及其简单应用;体会不等式、方程及函数之间的联系。

(二) 选修课程

选修课程由系列 1, 系列 2, 系列 3, 系列 4 等组成。对于选修课程,学生可以根据自己的兴趣和对未来发展的愿望进行主动选择。

1. 选修系列 1: 由选修 1-1、选修 1-2 两个模块组成

(1) 选修 1-1:

本模块包括常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用等内容。

正确地使用逻辑用语是现代公民应该具备的基本素质。无论是进行思考、交流,还是从事各项工作,都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思想。在本模块中,学生将在义务教育阶段的基础上,学习常用逻辑用语,体会逻辑用语在表述和论证中的作用,利用这些逻辑用语准确地表达数学内容,更好地进行交流。

在必修课程学习平面解析几何初步的基础上,在本模块中,学生将学习圆锥曲线与方程,了解圆锥曲线与二次方程的关系,掌握圆锥曲线的基本几何性质,感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用,进一步体会数形结合的思想。

微积分的创立是数学发展中的里程碑,它的发展及广泛应用开创了向近代数学过渡的新时期,它为研究变量与函数提供了重要的方法和手段。导数的概念是微积分的

核心概念之一，它有极其丰富的实际背景和广泛的应用。在本模块中，学生将通过大量实例，经历由平均变化率到瞬时变化率刻画现实问题的过程，理解导数的含义，体会导数的思想及其内涵，应用导数探索函数的单调、极值等性质及其在实际中的应用，感受导数在解决数学问题和实际问题中的作用，体会微积分的产生对人类文化发展的价值。

（2）选修 1-2:

本模块包括统计案例、推理与证明、数系扩充及复数的引入、框图等内容。

学生将在必修课程学习统计的基础上，通过对典型案例的讨论，了解和使用一些常用的统计方法，进一步体会运用统计方法解决实际问题的基本思想，认识统计方法在决策中的作用。

“推理与证明”是数学的基本思维过程，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理。合情推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等）、实验和实践的结果，以及个人的经验和直觉等推测某些结果的推理过程。归纳、类比是合情推理常用的思维方法。在解决问题的过程中，合情推理具有猜测和发现结论、探索 and 提供思路的作用，有利于创新意识的培养。演绎推理是根据已有的事实和正确的结论（包括定义、公理、定理等），按照严格的逻辑法则得到新结论的推理过程，培养和提高学生的演绎推理或逻辑证明的能力是高中数学课程的重要目标。合情推理和演绎推理之间联系紧密、相辅相成。证明通常包括逻辑证明和实验、实践证明，数学结论的正确性必须通过演绎推理或逻辑证明来保证，即在前提正确的基础上，通过正确使用推理规则得出结论。在本模块中，学生将通过对已学知识的回顾，进一步体会合情推理、演绎推理以及二者之间的联系与差异；体会数学证明的特点，了解数学证明的基本方法，包括直接证明的方法（如分析法、综合法）和间接证明的方法（如反证法）；感受逻辑证明在数学以及日常生活中的作用，养成言之有理、论证有据的习惯。

数系扩充的过程体现了数学的发现和创造过程，同时体现了数学发生、发展的客观需求，复数的引入是中学阶段数系的又一次扩充。在本模块中，学生将在问题情境中了解数系扩充的过程以及引入复数的必要性，学习复数的一些基本知识，体会人类理性思维在数系扩充中的作用。

框图是表示一个系统各部分和各环节之间关系的图示，它的作用在于能够清晰地表达比较复杂的系统各部分之间的关系。框图已经广泛应用于算法、计算机程序设计、工序流程的表述、设计方案的比较等方面，也是表示数学计算与证明过程中主要逻辑步骤的工具，并将成为日常生活和各门学科中进行交流的一种常用表达方式。在本模块中，学生将学习用“流程图”和“结构图”等刻画数学问题以及其他问题的解决过程；并在学习过程中，体验用框图表示数学问题解决过程以及事物发生、发展过程的

优越性，提高抽象概括能力和逻辑思维能力，能清晰地表达和交流思想。

2. 选修系列 2：由选修 2-1、选修 2-2、选修 2-3 三个模块组成

(1) 选修 2-1：

本模块包括常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、空间中的向量(简称空间向量)与立体几何等内容。

正确地使用逻辑用语是现代公民应该具备的基本素质。无论是进行思考、交流，还是从事各项工作，都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思维。在本模块中，学生将在义务教育阶段的基础上，学习常用逻辑用语，体会逻辑用语在表述和论证中的作用，利用这些逻辑用语准确地表达数学内容，更好地进行交流。

在必修阶段学习平面解析几何初步的基础上，在本模块中，学生将学习圆锥曲线与方程，了解圆锥曲线与二次方程的关系，掌握圆锥曲线的基本几何性质，感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用。结合已学过的曲线及其方程的实例，了解曲线与方程的对应关系，进一步体会数形结合的思想。

用空间向量处理立体几何问题，提供了新的视角。空间向量的引入，为解决三维空间中图形的位置关系与度量问题提供了一个十分有效的工具。在本模块中，学生将在学习平面向量的基础上，把平面向量及其运算推广到空间，运用空间向量解决有关直线、平面位置关系的问题，体会向量方法在研究几何图形中的作用，进一步发展空间想像能力和几何直观能力。

(2) 选修 2-2：

本模块包括导数及其应用、推理与证明、数系的扩充与复数的引入等内容。

微积分的创立是数学发展中的里程碑，它的发展和广泛应用开创了向近代数学过渡的新时期，为研究变量和函数提供了重要的方法和手段。导数概念是微积分的核心概念之一，它有极其丰富的实际背景和广泛的应用。在本模块中，学生将通过大量实例，经历由平均变化率到瞬时变化率刻画现实问题的过程，理解导数概念，了解导数在研究函数的单调性、极值等性质中的作用，初步了解定积分的概念，为以后进一步学习微积分打下基础。通过该模块的学习，学生将体会导数的思想及其丰富内涵，感受导数在解决实际问题中的作用，了解微积分的文化价值。

“推理与证明”是数学的基本思维过程，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理。合情推理是根据已有的事实和正确的结论(包括定义、公理、定理等)、实验和实践的结果，以及个人的经验和直觉等推测某些结果的推理过程，归纳、类比是合情推理常用的思维方法。在解决问题的过程中，合情推理具有猜测和发现结论、探索 and 提供思路的作用，有利于创新意识的培养。演绎推理是根据已有的事实和正确的结论(包括定义、公理、定理等)，按照严格的逻辑

法则得到新结论的推理过程, 培养和提高学生的演绎推理或逻辑证明的能力是高中数学课程的重要目标。合情推理和演绎推理之间联系紧密、相辅相成。证明通常包括逻辑证明和实验、实践证明, 数学结论的正确性必须通过逻辑证明来保证, 即在前提正确的基础上, 通过正确使用推理规则得出结论。在本模块中, 学生将通过对已学知识的回顾, 进一步体会合情推理、演绎推理以及二者之间的联系与差异; 体会数学证明的特点, 了解数学证明的基本方法, 包括直接证明的方法(如分析法、综合法、数学归纳法)和间接证明的方法(如反证法); 感受逻辑证明在数学以及日常生活中的作用, 养成言之有理、论证有据的习惯。

数系扩充的过程体现了数学的发现和创造过程, 同时体现了数学发生发展的客观需求和背景, 复数的引入是中学阶段数系的又一次扩充。在本模块中, 学生将在问题情境中了解数系扩充的过程以及引入复数的必要性, 学习复数的一些基本知识, 体会人类理性思维在数系扩充中的作用。

(3) 选修 2-3:

本模块包括计数原理、统计案例、概率等内容。

计数问题是数学中的重要研究对象之一, 分类加法计数原理、分步乘法计数原理是解决计数问题的最基本、最重要的方法, 也称为基本计数原理, 它们为解决很多实际问题提供了思想和工具。在本模块中, 学生将学习计数基本原理、排列、组合、二项式定理及其应用, 了解计数与现实生活的联系, 学会解决简单的计数问题。

学生将在必修课程学习概率的基础上, 学习某些离散型随机变量分布列及其均值、方差等内容, 初步学会利用离散型随机变量思想描述和分析某些随机现象的方法, 并能用所学知识解决一些简单的实际问题, 进一步体会概率模型的作用及运用概率思考问题的特点, 初步形成用随机观念观察、分析问题的意识。

学生将在必修课程学习统计的基础上, 通过对典型案例的讨论, 了解和使用一些常用的统计方法, 进一步体会运用统计方法解决实际问题的基本思想, 认识统计方法在决策中的作用。

3. 选修系列 3: 由选修 3-1、选修 3-2、选修 3-3、选修 3-4、选修 3-5、选修 3-6 六个专题组成

选修系列 3 由六个专题组成: 数学史选讲, 球面上的几何, 对称与群, 欧拉公式与闭曲面分类, 信息安全与密码, 三等分角与数域扩充。

选修 3 的内容以前高中没有正式开设过, 某些学校以选课的形式开设过, 对学生而言, 必修、选修系列 1、2 与以往没有太大的区别, 选修系列 3 就内容来说也并不难, 但是, 需要认真深入地体会其中蕴涵的思想。

(1) 选修 3-1: 数学史选讲。

通过生动、丰富的事例, 了解数学发展过程中若干重要事件、重要人物与重要成

果,初步了解数学产生与发展的过程,体会数学对人类文明发展的作用,提高学习数学的兴趣,加深对数学的理解,感受数学家的严谨态度和锲而不舍的探索精神。

(2) 选修 3-2: 信息安全与密码。

数论和代数在现代信息理论、信息安全中有许多重要的应用。本专题将介绍和学习初等数论的某些知识(如整除与同余),以及数论在现代信息安全中的某些重要应用,使学生了解数学在信息科学中的应用,提高对数学的鉴赏力和学习数学的兴趣。

(3) 选修 3-3: 球面上的几何。

我们生活在地球上,地球表面接近于一个球面。因此,在实际生活中,球面上的几何(简称球面几何)知识有着广泛的实际应用。例如,大地(天体)测量、航空、卫星定位等方面均需利用球面几何的知识。在理论上,球面几何是一个与欧氏平面几何不同的几何模型,是一个重要非欧几何的数学模型,球面几何在几何学的理论研究方面,具有特殊的作用。

本专题将使学生了解一个新的数学模型——球面几何,初步学习球面几何的一些基本知识及其在实际中的一些应用,通过比较球面几何和欧氏平面几何的差异和联系,感受自然界中存在着丰富多彩的数学模型。类比是学习这个专题所用到的重要的思想方法,空间想像和几何直观能力是学好这个专题的关键。

(4) 选修 3-4: 对称与群。

对称是自然界一种十分重要的性质,像轴对称、中心对称。群是刻画对称性的数学概念,群论是现代数学的重要研究对象。

学生将从丰富的平面图形对称变换的实例入手,了解变换群的概念,学习群的表达方法,学会求出一些比较简单的几何图形的对称群,并进一步体会群在研究事物对称性质和研究其他数学对象中的重要作用。

(5) 选修 3-5: 欧拉公式与闭曲面分类。

使用变换对几何图形进行分类,是几何学的重要内容,揭示在不同变换下几何图形的不变性质或不变量是研究这类问题的基本思想方法。本专题主要讨论欧拉公式和欧拉示性数等重要的拓扑不变量,并利用它们对曲线、曲面进行分类。

(6) 选修 3-6: 三等分角与数域扩充。

三等分角问题、倍方问题和化圆为方问题被称为古希腊的三大几何作图问题。解决这类问题的思想方法不仅在数学上,而且在人类的思想史上都具有重大意义。

本专题将通过对三等分角问题的讨论使学生了解解决这类问题的基本思想方法,并能用此方法解决倍方问题和仅用圆规直尺不能作正七边形的问题。另外还介绍用代数方法讨论正十七边形是可作图的(即可用尺规作图方法作出正十七边形)。通过以上的讨论,使学生体会和理解其中蕴涵的数学思想方法,提高分析和解决数学问题的能力。

4. 选修系列 4: 由选修 4-1、选修 4-2、选修 4-3、选修 4-4、选修 4-5、选修 4-6、选修 4-7、选修 4-8、选修 4-9、选修 4-10 十个专题组成

选修系列 4 包括十个专题, 可以分为三类。

一类是与中学数学内容密切联系的, 例如, 几何证明选讲, 不等式选讲, 坐标系与参数方程。

一类是中小学数学课程内容拓展的, 例如, 矩阵与变换, 数列与差分, 初等数论初步。

另一类是数学应用方面的选题, 例如, 风险与决策, 优选法与实验设计, 统筹法与图论初步, 开关电路与布尔代数。

这样的分类并不严格, 仅仅是提供思考的背景。选修系列 4 与选修系列 3 一样, 就内容来说并不难, 但是, 需要认真深入地体会其中蕴涵的思想, 这些思想在今后学习和工作中会有很大用处。

(1) 选修 4-1: 几何证明选讲。

几何证明选讲有助于培养学生的逻辑推理能力, 在几何证明的过程中, 不仅是逻辑演绎的程序, 它还包含着大量的观察、探索、发现的创造性过程。本专题从复习相似图形的性质入手, 证明一些反映圆与直线关系的重要定理, 并通过对圆锥、曲线性质的进一步探索, 提高学生空间想像能力、几何直观能力和运用综合几何方法解决问题的能力。

(2) 选修 4-2: 矩阵与变换。

矩阵是研究图形(向量)变换的基本工具, 有着广泛的应用, 许多数学模型都可以用矩阵来表示。

本专题将通过平面图形的变换讨论二阶方阵的乘法及性质、逆矩阵和矩阵的特征向量等概念, 并以变换和映射的观点理解解线性方程组的意义, 初步展示矩阵应用的广泛性。

(3) 选修 4-3: 数列与差分。

随着信息技术的日益普及和发展, 离散数学的应用越来越广泛。差分和差分方程是描述离散变量变化的重要工具, 在理论上是十分重要的, 并且有广泛的应用。

本专题初步研究数列的差分和简单的差分方程, 使学生掌握一些用离散变量分析解决问题的方法。

(4) 选修 4-4: 坐标系与参数方程。

坐标系是解析几何的基础。在坐标系中, 可以用有序实数组确定点的位置, 进而用方程刻画几何图形。为便于用代数的方法刻画几何图形或描述自然现象, 需要建立不同的坐标系。极坐标系、柱坐标系、球坐标系等是与直角坐标系不同的坐标系, 对于有些几何图形, 选用这些坐标系可以使建立的方程更加简单。

参数方程是以参变量为中介来表示曲线上点的坐标的方程,是曲线在同一坐标系下的又一种表示形式。某些曲线用参数方程表示比用普通方程表示更方便。学习参数方程有助于学生进一步体会解决问题中数学方法的灵活多变。

本专题是解析几何初步、平面向量、三角函数等内容的综合应用和进一步深化。极坐标系和参数方程是本专题的重点内容,对于柱坐标系、球坐标系等只作简单了解。通过对本专题的学习,学生将掌握极坐标和参数方程的基本概念,了解曲线的多种表现形式,体会从实际问题中抽象出数学问题的过程,培养探究数学问题的兴趣和能力,体会数学在实际中的应用价值,提高应用意识和实践能力。

(5) 选修 4-5: 不等式选讲。

在自然界中存在着大量的不等量关系和等量关系,不等关系和相等关系是基本的数学关系。它们在数学研究和数学应用中起着重要的作用。

本专题将介绍一些重要的不等式和它们的证明、数学归纳法和它的简单应用。本专题特别强调不等式及其证明的几何意义与背景,以加深学生对这些不等式的数学本质的理解,提高学生的逻辑思维能力和分析解决问题的能力。

(6) 选修 4-6: 初等数论初步。

数论是古老而又基础的数学,至今仍有许多没有解决的问题,一些问题的解决对现代数学的发展起了重要的推动作用,也产生了一些直接与数学有关的新的重要的数学分支,而且在现代信息技术中有很重要的应用。在日常生活中,也常常会遇到数论的一些问题。

本专题学生将通过具体的问题学习有关整数和整除的知识,探索用辗转相除法求解简单的一次不定方程、简单同余方程、同余方程组等,从中体会思想方法,了解我国古代数学的一些重要成就。

(7) 选修 4-7: 优选法与试验设计初步。

在生产和科学试验中,人们为了达到优质、高产、低消耗等目标,需要对有关因素的最佳组合(简称最佳点)进行选择,关于最佳组合(最佳点)的选择问题,称为优选问题。在实践中的许多情况下,试验结果与因素的关系,要么很难用数学形式来表达,要么表达式很复杂,优选法与试验设计是解决这类问题的常用数学方法。20 世纪 60 年代,著名数学家华罗庚亲自组织推广了优选法,并在全国工业部门得到了广泛的应用,取得了可喜的成果。

简单地说,优选法是合理地安排试验以求迅速找到最佳点的数学方法。试验设计也是一种数学方法,一般说来,它是考虑在多因素情况下安排试验的方法,它可以帮助人们通过较少的试验次数得到较好的因素组合,形成较好的设计方案。

本专题将结合具体实例,初步地介绍单因素、双因素的优选法和多因素的正交试验设计方法,并对方法给予简单的说明,帮助学生理解这些方法的基本思想,并能思

考和解决一些简单的实际问题。

(8) 选修 4-8: 统筹法与图论初步。

统筹法是运筹学中的一个基本方法,是现代项目管理理论中最重要的方法之一。本专题将通过实例介绍统筹法及其应用,同时介绍图的基本概念,给出图上最短路和最小生成树算法,使学生对图论及其应用有一初步了解。

(9) 选修 4-9: 风险与决策。

在日常生活和经济活动中,例如,个人的采购、求职、投资,工商企业的生产或经营的方案,直至部门和全国的某一事业的计划,经常需要对事物的进展情况做出决策,以使用最有利的方式采取行动。由于事物的进展情况和信息往往受随机因素的影响,不能确切预料,决策往往带有风险。在这种情况下,决策者通常有很多行动方案可以采用,而统计决策方法可以提供最优的行动方案,大大减少由于盲目的决定而导致的损失。因此,统计决策方法和统计决策分析将会在社会发展中发挥越来越大的作用。

在现代社会中,公民应该具有合理的决策能力。因此,在中学阶段最好能掌握一些简单的统计决策方面的知识和方法,形成初步的决策意识。本专题就是为此目的而设立的。

(10) 选修 4-10: 关电路与布尔代数。

高度的抽象性及其带来的符号化、形式化是数学的基本特征之一。不同的实际问题经抽象、概括后,可得到相同的数学概念、运算法则,乃至同一数学理论。反之,同一数学概念、运算法则和数学理论可应用到表面看来完全不同的实际问题中。

布尔代数是布尔(G. Boole)于 1847 年引入,用以研究命题演算的数学理论。后来,美国电气工程师申农指出,可以用布尔代数来研究开关电路及其相关问题。本专题以设计由三人控制一个电灯的电路为背景,从开关电路设计,提出一个具体问题,将电路设计数学化为电路代数和电路多项式,再数学地研究电路和电路多项式,完全解决最初提出的问题,完整地给出一个电路代数的数学模型,这也是布尔代数的一个实际应用,从中可感受到数学化的抽象过程,以及数学理论的应用价值。

电路的“并”、“串”联和“逆反”产生的新电路的状态 $\{0, 1\}$ 是由原电路的状态 $\{0, 1\}$,经过运算 $+$ 、 \times 和余($0=1, 1=0$)得到的。此外,本专题中关于由简单命题通过“或”“且”和“非”(“否定”)组成的新命题的真与伪,也是由原命题的真与伪,经过运算 $+$ 、 \times 和余($0=1, 1=0$)得到的。它们是一脉相承的。这些运算与中学数学所学的数与多项式的运算也有相似之处。因此,本专题的学习对中学生深入认识数与多项式的本质也是非常有益的。

(注:上述内容不包含各校自主研发的校本课程)

高中数学 教学实施建议

数学教学要体现课程改革的基本理念，在教学设计中充分考虑数学的学科特点，高中学生的心理特点，不同水平、不同兴趣学生的学习需要，运用多种教学方法和手段，引导学生积极主动地学习。掌握数学的基础知识和基本技能以及它们所体现的数学思想方法，发展应用意识和创新意识，对数学有较为全面的认识，提高数学素养，形成积极的情感态度，为未来发展和进一步学习打好基础。

一、准确掌握教学要求

为使教师准确把握《标准》中的教学要求，有效地开展教学活动，科学地评价学生的数学学习水平，避免出现各种偏差，减轻学生学习负担，分模块（或专题）的“教学要求”主要体现如何实现课程目标、教学中的注意点、有关内容范围与水平的限制等方面的参考建议。

必修系列

数 学 1

（1）关于集合的教学，应注意以下问题。

① 集合是一个不加定义的概念，教学中应结合学生的生活经验和已有的数学知识，通过列举丰富的实例，使学生理解集合的含义。

② 学习集合语言最好的方法是使用。在教学中要创造使学生运用集合语言进行表达和交流的情境和机会，使学生在实际运用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点，能进行三种语言之间的相互转换，并掌握集合语言。

③ 对集合的相等关系、包含关系不要求证明，只要求能判断两个简单集合的相等关系、包含关系。

④ 本章学习中的“实例”，指实际生活的例子、已经学过的数集、一元一次不等式的解集等方面的例子。“简单集合”指教科书中的同类型的集合，“给定集合”

指全集、子集的元素均为整数或字母（由列举法给出），或全集为实数集，子集为一元一次不等式的解集（由描述法给出）。

（2）关于函数与基本初等函数 I 的教学，应注意以下问题。

① 要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质。函数概念的引入应通过具体实例，让学生体会非空数集之间的一种特殊的对应关系（即函数）。函数概念需要多次接触，反复体会，螺旋上升，逐步加深理解，才能够真正掌握，并灵活应用。

② 在教学中，应强调对函数概念本质的理解，避免在求函数定义域、值域及讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练，避免人为地编制一些求定义域和值域的偏题、怪题和难题。

③ 教学中，要结合 $y=x^2$, $y=x^3$, $y=|x|$, $y=\frac{1}{x}$ 等函数，了解函数奇偶性的概念、图像和性质，并能判断一些简单函数的奇偶性（对一般函数的奇偶性，不要做深入讨论）。

④ 在回顾整数指数幂的概念及其运算性质的基础上，结合具体实例引入有理指数幂及其运算性质，以及实数指数幂的意义及其运算性质，进一步体会“用有理数逼近无理数”的思想，可以让学生利用计算器（机）进行实际操作，感受“逼近”的过程。

⑤ 反函数的教学中，只要求通过比较同底的指数函数和对数函数，说明指数函数 $y=a^x$ 和对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数（ $a>0$, $a\neq 1$ ）。不要求讨论一般形式的反函数定义，也不要要求已知函数的反函数。

⑥ 函数应用的教学中，教师要引导学生不断地体验函数是描述客观世界变化规律的基本数学模型，体验指数函数、对数函数等函数与现实世界的密切联系及其在解决实际问题中的作用。

⑦ 幂函数的教学中，只要求了解幂函数的概念，并结合函数 $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\frac{1}{x}$, $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图像，了解它们的单调性和奇偶性。

⑧ 函数的最值问题，这里仅限于会求一次函数、二次函数、简单的分段函数，或易知单调性的简单函数在某区间上的最大（小）值。

⑨ 方程实根分布问题，仅限于掌握：利用一元二次方程根的判别式判别根的个数；借助图像了解：若 $f(x)=ax^2+bx+c$ ，且 $f(p)f(q)<0$ （ $p<q$ ），则方程 $f(x)=0$ 必有一根 $x_0\in(p, q)$ 。

⑩ 用二分法求方程的近似解，关键是结合具体例子感受过程与方法。本方法限于用计算器求三类方程： $x^3+ax+b=0$ ， $a^x+bx+c=0$ ， $\lg x+bx+c=0$ 的近似解。

⑪ 应注意鼓励学生运用信息技术学习、探索和解决问题。例如，利用计算器（机）画出指数函数、对数函数等的图像，探索、比较它们的变化规律，研究函数的性质，求方程的近似解等。

⑫ 在本章教学中，应引导学生阅读有关资料，了解对数的发现历史，了解函数概念的形成、发展及应用。

数 学 2

（1）关于立体几何初步的教学，应注意以下问题。

① 立体几何初步的教学重点是帮助学生逐步形成空间想像能力。教学中应通过丰富的实物模型进行演示，有条件的可以使用计算机演示柱、锥、台、球的生成过程，以帮助学生认识空间几何体的结构特征，逐步形成空间观念。

② 教学中，要注意以常见的空间几何体为载体，进行识图与画图的训练，使学生了解三视图与直观图的画法，初步掌握在平面上表示空间图形的方法和技能。这里，常见的空间几何体指：长方体、三棱锥、四棱台、圆柱、球等。

③ 点、线、面的位置关系是立体几何初步中的重点内容，教学中应以长方体模型中的点、线、面关系作为载体，使学生在直观感知的基础上，认识空间中一般的点、线、面之间的位置关系；通过对空间图形的观察、实验、操作和思辩，使学生了解平行、垂直关系的基本性质以及判定方法，并能解决一些简单的推理论证及应用问题。

④ 在教学中，要求对有关线面平行、垂直关系的性质定理进行证明，使学生体会证明的过程和方法；而线面平行、垂直关系的判定定理只要求直观感知、操作确认，教学中不要提高要求。教材中的例题、习题中的结论（包括三垂线定理）等不作为推理的依据。

⑤ 关于空间中的“角”与“距离”，只要求了解和直观感知即可，具体计算不作要求。

⑥ 应注意引导学生结合实际模型，学会将自然语言转化为图形语言和符号语言，能做到准确地使用数学语言表述几何对象的位置关系。例如，教材中的公理、推论和定理，都是用自然语言叙述的，教学中，要帮助学生学会用图形语言和符号语言来描述。

⑦ 教学中，要注意联系平面图形的知识，利用类比、联想等方法，辨别平面图形和立体图形的异同，理解两者的内在联系，并逐渐让学生感悟到，将空间问题转化为平面问题是处理立体几何问题的重要思想。

（2）关于平面解析几何初步的教学，应注意以下问题。

① 教学中，应帮助学生经历如下的过程：首先将几何问题代数化，用代数的语

言描述几何要素及其关系,进而将几何问题转化为代数问题,处理代数问题;分析代数结果的几何含义,最终解决几何问题。通过上述过程,让学生感受用解析法研究问题的一般程序,帮助学生不断地体会数形结合的思想。例如,求两条直线的交点,判断直线与圆、圆与圆的位置关系等。

② 直线的斜率与倾斜角是平面解析几何初步中的两个重要概念,要让学生正确地理解这两个概念,知道它们之间的联系与区别。由于学生尚未学习任意角的三角函数,教学时要尽可能地通过计算器(机),让学生观察并体会直线的倾斜角变化时,直线斜率的变化规律,以加深对这两个概念的认识与理解。

③ 在探求直线方程的过程中,要使学生了解直线与方程的对应关系:直线上点的坐标都满足方程,以方程的解为坐标的点都在直线上。满足了这两点才可以说这个方程是直线的方程,这条直线是这个方程的直线。教学时让学生意识到这一点即可,而不必展开。

④ 直线方程的教学,要使学生认识到各种形式都有其适用条件与局限性,必须学会根据具体条件灵活的加以选择,并注意全面考虑问题。例如,运用点斜式时,要注意斜率不存在时的情形,防止以偏概全。

⑤ 根据方程研究直线与直线、直线与圆、圆与圆的位置关系,是平面解析几何初步的重要内容,教学重点是让学生从中感受运用代数方法处理几何问题的思想,不要复杂化,要防止追求变形的技巧和加大运算量来增加问题的难度。

⑥ 在空间直角坐标系的教学中,只要使学生学会运用空间直角坐标系刻画点的位置、了解空间中两点间的距离公式及其简单应用即可。值得强调的是,要将类比的思想贯穿于教学过程的始终,通过与平面直角坐标系的类比,使学生在掌握知识的同时,也拓展了思维空间。

⑦ 教学中,要注意体现数学的应用价值。使学生了解到利用平面解析几何的知识和方法能解决日常生活与生产实际中的一些具体问题。例如,市场经济中的平衡价格,桥梁、隧道设计中的计算,光线的入射和反射等。

数 学 3

(1) 关于算法初步的教学,应注意以下问题。

① 教学中,应使学生了解算法的基本思想:探求解决问题的一般性方法,并将解决问题的步骤用具体化、程序化的语言加以表述;应使学生了解算法的基本特点:有限性(一个算法在执行有限个步骤后必须结束)和确定性(算法中的每个步骤必须是明确定义的、可行的)。算法的其他特性(如有效性、可行性等)这里不必介绍,在后续内容中逐步领会即可。

② 教学中,应使学生明白:为了直观地表达算法,往往需要将解决问题的过程用流程图来表示;为了便于在计算机上实现算法,还需要将自然语言或流程图转化为伪代码或程序语言。教学重点应放在问题的算法分析上,体现算法的程序化思想,对编程上机不作要求。

③ 教学中,应使学生理解和区分两种循环结构,了解当型循环和直到型循环是可以互相转化的。会选择其中的一种循环结构设计算法步骤,并能画出其流程图。对同一个问题,如果分别用当型循环和直到型循环来处理的话,那么两者判断的条件恰好相反。

④ 算法教学必须通过实例进行,使学生在解决具体问题的过程中学习一些常用的方法。能用三种基本结构设计简单的算法流程图。

⑤ “算方案例”中涉及的知识较多,教师在教学之前要适当补充相关的知识,如:整除、同余、最大公约数等概念的含义及符号表述。可根据学校与学生具体情况,选择部分内容教学或指导学生阅读。

⑥ 算法的思想方法应渗透到高中数学课程其他有关内容中,鼓励学生尽可能地运用算法思想解决相关问题。

(2) 关于统计的教学,应注意以下问题。

① 要让学生通过具体操作,或对已有经验的回顾,感受抽样方法的合理性:既保证抽样的随机性,又保证样本的代表性。要引导学生体会统计的作用和基本思想,使学生体会统计思维与确定性思维的差异,注意到统计结果的随机性,统计推断是有可能犯错误的。

② 应引导学生根据实际需求自主探索,通过比较选择不同的方法合理地选取样本(这里的方法指:简单随机抽样、系统抽样、分层抽样)。要使学生了解三种抽样方法的差别和不同的适用范围,会从样本数据中提取需要的数字特征。教师应该讲清楚这些数字特征的作用和意义,不应把统计处理成数字运算和画图表,不必引导学生去探究这些概念的确切定义,不应追求严格的形式化定义。

③ 教学中应注意知识体系的前后贯通。抽样的操作步骤、统计分析的基本流程体现了算法思想,而线性回归方程与函数中的数据相呼应。

④ 统计教学必须通过案例来进行。教学中应通过对一些典型案例的处理,使学生经历较为系统的数据处理全过程,在此过程中学习一些数据处理的方法,并运用所学知识、方法去解决实际问题、理解统计的思想,而不是死记硬背概念和公式。

(3) 关于概率的教学,应注意以下问题。

① 概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义。教师应在学生已有知识的基础上,通过日常生活中的大量实例,深化对随机现象的认识,鼓励学生生动

手试验,正确理解随机事件发生的不确定性及其频率的稳定性,并尝试澄清日常生活中遇到的一些错误认识(如“中奖率为 $\frac{1}{1000}$ 的彩票,买1 000张一定会中奖”)。

② 教学中应该让学生了解随机试验的三个特征:在不变的条件下是可能重复实现的;各次试验的结果不一定相同,每次试验前不能预先知道是哪一个结果会发生;所有可能的试验结果都是预先明确的。

③ 应通过实例使学生理解古典概型的特征:实验结果的有限性和每一个试验结果出现的等可能性,让学生初步学会把一些实际问题化为古典概型。由于没有计数原理的支撑,在利用等可能事件的概率公式计算概率时,要避免用排列组合的知识与方法进行计算的题目,把计数的方法局限于枚举法,教学中不要把重点放在“如何计数”上。

④ 从古典概型到几何概型,是从有限到无限的延伸,等可能的情况不仅适用于有限个事件的情形,也能拓展到无限个事件的情形。几何概型的教学应抓住其直观性较强的特点,通过实例说明几何概型的特征是试验结果的无限性和每一个试验结果出现的等可能性。概率、古典概型、几何概型的定义都是描述性的,教师不必过分地去揣摩、探究定义的用语,而应理解其实质。目前只需要知道测度的简单含义,即:线的测度就是其长度,平面图形的测度就是其面积,立体图形的测度就是其体积。

⑤ 教材中出现两个事件的“并事件(或和事件)”的记号“ $A \cup B$ (或 $A+B$)”,教学中需要控制难度,仅仅限于在“两个互斥事件有一个发生”的问题中用 $A \cup B$ 来表示,不考虑 A 、 B 不互斥时的 $A \cup B$ 的概率计算问题。

⑥ 教学中,可以结合集合知识,使学生进一步认识互斥事件与对立事件:表示互斥事件与对立事件的集合的交集都是空集,但是两个对立事件集合的并集是全集,而两个互斥事件集合的并集不一定是全集。

⑦ 教师可利用信息技术辅助教学,鼓励学生尽可能运用计算器(机)来处理数据,进行模拟活动,更好地体会统计思想和概率的意义。例如,可以利用计算器产生随机数来模拟掷硬币的实验等。

⑧ 教学中,应使学生感受数学与现实世界的重要联系,崇尚数学的理性精神,逐步形成辩证的思维品质;养成准确、清晰、有条理地表述问题的习惯,提高学生的数学表达和交流的能力;进一步拓宽学生的视野,逐步认识数学的科学价值、应用价值和文化价值。

⑨ 指导学生阅读有关资料,了解人类认识随机现象的过程。结合概率的教学,进行偶然性和必然性对立统一观点的教育。

数 学 4

(1) 关于三角函数的教学, 应注意以下问题。

① 要根据学生的生活经验, 创设丰富的情境, 使学生体会三角函数模型的意义。例如, 通过单摆、弹簧振子、圆上一点的运动, 以及音乐、波浪、潮汐、四季变化等实例, 使学生感受周期现象的广泛存在, 认识周期现象的变化规律, 体会三角函数是刻画周期现象的重要模型。

② 借助单位圆, 帮助学生直观地认识任意角的三角函数, 理解三角函数的周期性、诱导公式、同角三角函数关系式, 以及三角函数的图像和基本性质。引导学生自主地探索三角函数的有关性质, 培养他们分析问题和解决问题的能力。

③ 弧度是学生比较难接受的概念, 教学中应使学生体会弧度也是一种度量角的单位, 可在后续课程的学习中逐步理解这一概念, 在此不作深究。

④ 能借助计算器(机)画出 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图像, 会用五点法画出 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图像。根据 $y=\sin x$ 的性质讨论 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的性质, 要求不宜太高, 掌握教材中的例题、习题即可。能由函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图像观察并计算参数 A, ω 的值, 对确定 ϕ 的值不作要求。

(2) 关于平面向量的教学, 应注意以下问题。

① 向量概念的教学应从物理背景和几何背景入手, 物理背景包括力、速度、加速度等概念, 几何背景指有向线段。了解这些物理背景和几何背景, 对于学生理解向量概念和运用向量解决实际问题都是十分重要的。

② 引导学生运用向量解决一些物理和几何问题。例如, 利用向量计算力使物体沿某方向运动所做的功, 利用向量解决平面内两条直线平行与垂直的位置关系等问题。对于用向量解决较为复杂的平面几何问题不作要求。

③ 向量的非正交分解、向量投影的概念只要求了解, 不必展开。线段定比分点坐标公式及应用不作要求。

(3) 三角恒等变换的教学, 应注意以下问题。

① 教学中, 注意展示数学发现的过程, 可以引导学生利用平面向量的数量积推导出两角差的余弦公式, 并由此公式推导出两角和与差的正弦、余弦、正切公式, 二倍角的正弦、余弦、正切公式。

② 鼓励学生独立探索和讨论交流, 引导学生推导积化和差、和差化积、半角公式, 以此作为三角恒等变换的基本训练。

③ 能利用同角三角函数的基本关系式、诱导公式、两角和与差的三角函数公式、二倍角的三角函数公式, 进行简单的三角函数式的化简、求值及恒等式证明。其中,

简单的三角函数式的化简、求值及恒等式证明指三角函数变形的次数一般不超过三次，整个解题过程中三角函数公式的使用一般不超过 5 个。

(4) 其他建议。

在本模块的教学中，应鼓励学生使用计算器（机）探索 and 解决问题。例如，求三角函数值，解决测量问题，分析 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 参数变化对函数的影响等。在三角函数、平面向量和三角恒等变换相应的内容中，可以插入数学探究或数学建模活动。

数 学 5

(1) 关于解三角形的教学，应注意以下问题。

① 正弦定理和余弦定理主要用于处理三角形中的一些度量问题（长度、角度、面积等）。教学中，要重视正弦定理和余弦定理在探索三角形边角关系中的作用，引导学生认识它们是解决测量问题的一种方法，不在恒等变形上进行过于繁琐的训练。

② 教学形式可以灵活多样。例如，可以设计一些研究性、开放性题材，让学生自行探索解决，也可以建议学生在课外自行寻找研究性、应用性的问题去探究，写出研究或实验报告。

(2) 关于数列的教学，应注意以下问题。

① 教学中，应通过日常生活中的实例，引入数列的概念和几种表示方法。通过列表、图像、通项公式表示数列，使学生了解数列是一种特殊函数，体会数列是反映自然规律的基本数学模型。

② 理解数列的通项公式的意义有以下三层意思：通项公式是数列的项与序号间的对应关系；由通项公式可写出数列的前几项；根据简单数列的前几项可写出数列的一个通项公式。

③ 教学中，要引导学生自主探索等差数列、等比数列的通项公式与前 n 项和的公式。引导学生通过必要的练习，掌握数列中各量之间的基本关系，但训练要控制难度和复杂程度，避免繁琐的计算、人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容。

④ 等差数列和等比数列有着广泛的应用，教学中应重视在具体的问题情境中，发现数列的等差关系或等比关系。这样做，既突出了问题意识，也有助于学生理解数列的本质。通过具体实例（如教育贷款、购房贷款、分期付款、放射性物质的衰变、人口增长等），使学生理解这两种数列模型的作用，培养学生从实际问题中抽象出数列模型、并运用数列模型解决问题的能力。关于教育储蓄问题，可引导学生开展研究性学习活动。

(3) 关于不等式的教学，应注意以下问题。

① 不等式是作为描述、刻画现实世界中不等关系的一种数学模型介绍给学生的，

教学中要淡化解不等式的技巧性要求，突出不等式的实际背景及其应用，注意不要偏重于从数学到数学的纯理论探讨。

② 求解一元二次不等式，首先可求出相应方程的根，然后根据相应函数的图像求出不等式的解；也可以运用代数的方法求解。教学中，应注意融入算法的思想，让学生设计求解一元二次不等式的流程图，可以更加清晰地认识不等式求解过程。

③ 不等式有丰富的实际背景，二元一次不等式组是刻画平面区域的重要工具。刻画区域是解决线性规划问题的一个基本步骤，教学中应注意从实际背景中抽象出二元一次不等式组。

④ 线性规划是优化模型之一。教师应引导学生体会线性规划的基本思想，用图解法解决一些简单的线性规划问题，不必引入过多名词。简单的线性规划问题指约束条件不超过四个（ $x \geq 0$ 也看作一个约束条件）的线性目标函数的最大（小）值问题。实际问题中经常会涉及最优整数解问题，教学中可向学生作一些介绍。

⑤ 引导学生阅读有关资料，了解解三角形、数列、不等式等内容的发展与有关方面的应用，提高学生的学习兴趣和数学文化修养。

选修系列 1

数 学 1-1

(1) 关于常用逻辑用语的教学，应注意以下问题。

① 这里所说的命题是指明确地给出条件和结论的命题，对“命题的逆命题、否命题与逆否命题”只要求作一般性的了解，不研究含有逻辑联结词“或”“且”“非”的命题的逆命题、否命题与逆否命题。重点关注四种命题的相互关系和命题的必要条件、充分条件、充要条件。

② 应通过具体实例，使学生了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义，学会用它们正确地表述相关的数学内容，要避免抽象的讨论。教学中，对含有逻辑联结词的命题的否定不作要求，不要出现“简单命题”、“复合命题”等名词。

③ 对于量词，重在理解它们的含义，不要追求它们的形式化定义。在教学中，应通过对具体实例的探究，加强学生对于含有一个量词的命题的否定的理解。

④ 注意引导学生在常用逻辑用语的过程中，掌握常用逻辑用语的用法，纠正出现的逻辑错误，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性。避免对逻辑用语的机械记忆和抽象解释，不要求使用真值表。

(2) 关于圆锥曲线的教学，应注意以下问题。

① 突出解析几何的基本思想方法：通过建立平面直角坐标系，把“曲线”转化

为“方程”；通过“方程”的研究，又获得“曲线”的性质。

② 圆锥曲线的概念教学中，应使学生经历从具体情境中抽象出椭圆、双曲线、抛物线模型的过程，通过直观获得它们的定义，不必对探索、推理过程作过多的研究。

椭圆、双曲线、抛物线的教学，应将重点放在如何建立曲线方程及怎样用曲线方程研究曲线的几何性质上。例如，对于求椭圆、双曲线和抛物线的标准方程的一类问题，只要通过一些简单的例题，让学生学会正确地选择方程的类型，并能运用待定系数法等方法求出方程中有关参数的值，从而规范地写出方程就可以了，要避免繁杂的计算，防止追求变形的技巧和提高运算量来增加问题的难度。

③ 为了培养学生的学习兴趣与探究精神，在教学过程中，要引导学生进行类比猜想。教学圆锥曲线的定义、标准方程与几何性质时，可以指导学生根据方程形式和图形特征等进行类比猜想，培养学生的直觉思维与合情推理的能力。例如在研究了椭圆之后，可以根据双曲线与椭圆的定义之间的关系，引导学生对双曲线的标准方程进行类比猜想；在研究了抛物线之后，再引导学生由抛物线的定义进行类比猜想：椭圆和双曲线是否也可以用这种形式进行定义？进而通过对特殊情形的研究引发从特殊到一般的归纳猜想。

椭圆、双曲线和抛物线都是圆锥曲线，教学中要注意探索和研究它们的共同特征。例如，这三种圆锥曲线的标准方程（二次）、定义（平面截圆锥面所得）、统一定义、性质（焦点、准线、对称性、离心率）等有相似之处，研究方法也基本相同。从而帮助学生了解它们之间的内在联系。

④ 圆锥曲线在现实世界、社会生活中有着广泛的应用，教学过程中应通过丰富的实例（例如，行星运行轨道、抛物运动轨迹、探照灯的镜面等），使学生了解圆锥曲线的背景与应用，感受圆锥曲线的应用价值，增强数学应用意识，提高数学建模能力。

⑤ 教学中，要注意充分运用信息技术进行数学探究和数学发现。例如，平面截圆锥面、圆锥曲线性质（范围、对称性、离心率、渐近线等）变化过程可用计算机展示。

（3）关于导数及其应用的教学，应注意以下问题。

① 导数概念是微积分的核心概念之一，它有极其丰富的实际背景和广泛的应用。教学中，可以通过研究增长率、膨胀率、效率、密度、速度、加速度等反映导数应用的实例，引导学生经历由平均变化率到瞬时变化率的过程，知道瞬时变化率就是导数。通过感受导数在研究函数和解决实际问题中的作用，体会导数的思想及其内涵。这样处理的目的是帮助学生直观理解导数的背景、思想和作用。

② 在导数的概念建立之后，要认真引导学生运用定义推导几个常见初等函数的导数公式，要注意形式化训练中的规范要求，从而加深对导数概念的认识和理解，并从中领悟求导数这一算法的基本思想。

③ 教学中,要防止仅仅将导数作为一种规则和步骤来学习,而忽视它的思想和价值。教学中要注意严格控制难度,避免过量形式化的运算练习。

④ 教师应引导学生在解决具体问题的过程中,结合实例和函数的图像,借助几何直观,将研究函数的导数方法与初等方法作比较,让学生体会导数方法在研究函数性质中的一般性和有效性。

⑤ 重视导数在研究函数与实际生活中的应用的教学,发挥导数的工具作用。要注意运用学生熟悉的数学问题、生产与生活中的实际问题,帮助学生增强数学应用的意识,促进学生全面认识数学的科学价值、应用价值。

⑥ 引导学生阅读有关资料,了解微积分创立的时代背景和有关人物;让学生体会微积分的建立在人类文化发展中的意义和价值。

数 学 1-2

(1) 关于统计案例的教学,应注意以下问题。

① 在统计案例的教学中,应鼓励学生经历较为系统的数据处理全过程,培养他们对数据的直观感觉,认识统计方法的特点(如统计推断可能犯错误、估计结果有随机性等),体会统计方法应用的广泛性。应尽量给学生提供一定的实践活动机会,可结合数学建模的活动,选择一些案例,引导学生亲自实践。统计案例的教学重点是使学生感受统计分析的思想,了解统计学对社会生活和科学研究的重要性。只要求学生了解两种统计方法(独立性检验和回归分析)的基本思想及其初步应用,对于其理论依据不作要求,避免学生单纯记忆和机械套用公式进行计算。

② 在 2×2 列联表独立性检验的教学中,教师应指导学生关心如何选用一个量,用它的大小来说明独立性是否成立,从直观上关注其方法的合理性,至于最后选取的量及其大小的界定超出了高中的范围,可以只告诉其结果,使之能够操作即可。

③ 线性回归分析是在数学 3(必修)的基础上,进一步认识线性回归的方法及其可靠性。教学中要引导学生通过实例,从感性到理性逐层深入地探求对线性相关程度进行检验的统计量(相关系数),从而建立线性回归分析的基本算法步骤。对为什么相关系数 r 可以估计相关的程度只要求从直观上加以感受,不必介绍理论依据。

④ 教学中,应鼓励学生使用计算器(机)等信息技术手段来处理数据,有条件的学校还可运用一些常见的统计软件解决实际问题。可以安排以抽样方法为主要内容的实习作业,培养学生解决实际问题的能力。

(2) 关于推理与证明的教学,应注意以下问题。

① 教学中应通过实例,引导学生运用合情推理去探索、猜测一些数学结论,并用演绎推理确认所得结论的正确性,或者用反例推翻错误的猜想。教学的重点在于通

过具体实例理解合情推理与演绎推理，而不追求对概念的抽象表述。

② 这部分中设置的证明内容是对学生已学过的基本证明方法的总结。在教学中，应通过实例，引导学生认识各种证明方法的特点，体会证明的必要性。对证明的技巧性不宜作过高的要求。

③ 教材中安排一些合情推理欣赏的案例，是供学生阅读欣赏使用的，不宜过多让学生进行这方面的训练。

④ 引导学生阅读有关资料，了解公理化思想和计算机在自动推理领域和数学证明中的作用。

(3) 关于数系扩充与复数的教学，应注意以下问题。

在复数概念与运算的教学中，应注意避免繁琐的计算与技巧的训练。对于感兴趣的学生，可以安排一些引申的内容，如求 $x^3=1$ 的根、介绍代数学基本定理等，但不作普遍要求。

(4) 关于框图的教学，应注意以下问题。

框图的教学，应从分析实例入手，引导学生运用框图表示数学计算与证明过程中的主要思路与步骤、实际问题中的工序流程、某一数学知识系统的结构关系等。使学生在运用框图的过程中理解流程图和结构图的特征，掌握框图的用法，体验用框图表示解决问题过程的优越性。

选修系列 2

数 学 2-1

(1) 关于常用逻辑用语的教学，应注意以下问题。

① 这里所说的命题是指明确地给出条件和结论的命题，对“命题的逆命题、否命题与逆否命题”只要求作一般性了解，不研究含有逻辑联结词“或”“且”“非”的命题的逆命题、否命题与逆否命题。重点关注四种命题的相互关系和命题的必要条件、充分条件、充要条件。

② 应通过具体的实例，使学生了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义，学会用它们正确地表述相关的数学内容，要避免抽象的讨论。教学中，对含有逻辑联结词的命题的否定不作要求，不要出现“简单命题”、“复合命题”等名词。

③ 对于量词，重在理解它们的含义，不要追求它们的形式化定义，在教学中，应通过对具体实例的探究，加强学生对含有一个量词的命题的否定的理解。

④ 注意引导学生在常用逻辑用语的过程中，掌握常用逻辑用语的用法，纠正出现的逻辑错误，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性。避免对

逻辑用语的机械记忆和抽象解释，对真值表不作要求。

(2) 关于圆锥曲线的教学，应注意以下问题。

① 突出解析几何的基本思想方法：通过建立平面直角坐标系，把“曲线”转化为“方程”；通过“方程”的研究，获得“曲线”的性质。

② 圆锥曲线的概念教学中，应使学生经历从具体情境中抽象出椭圆、双曲线、抛物线模型的过程，通过直观获得它们的定义，不必对探索、推理过程作过多的研究。

椭圆、双曲线、抛物线的教学，应将重点放在如何建立曲线方程及怎样用曲线方程研究曲线的几何性质上。例如，对于求椭圆、双曲线和抛物线的标准方程的一类问题，只要通过一些简单的例题让学生学会正确地选择方程的类型，并能运用待定系数法等方法求出方程中有关参数的值，从而规范地写出方程就可以了，要避免繁杂的计算，防止追求变形的技巧和提高运算量来增加问题的难度。

③ 为了培养学生的学习兴趣与探究精神，在教学过程中，要引导学生进行类比猜想。教学圆锥曲线的定义、标准方程与几何性质时，可以指导学生根据方程形式和图形特征等进行类比猜想，培养学生的直觉思维与合情推理的能力。例如在研究了椭圆之后，可以根据双曲线与椭圆的定义之间的关系，引导学生对双曲线的标准方程进行类比猜想；在研究了抛物线之后，再引导学生由抛物线的定义进行类比猜想：椭圆和双曲线是否也可以用这种形式进行定义？进而通过对特殊情形的研究引发从特殊到一般的归纳猜想。

椭圆、双曲线和抛物线都是圆锥曲线，教学中要注意探索和研究它们的共同特征。例如，这三种圆锥曲线的标准方程（二次）、定义（平面截圆锥面所得）、统一定义、性质（焦点、准线、对称性、离心率）等有相似之处，研究方法也基本相同，从而帮助学生了解它们之间的内在联系。

④ 圆锥曲线在现实世界、社会生活中有着广泛的应用，教学过程中应通过丰富的实例（例如行星运行轨道、抛物运动轨迹、探照灯的镜面等），使学生了解圆锥曲线的背景与应用，感受圆锥曲线的应用价值，增强数学应用意识，提高数学建模能力。

⑤ 曲线与方程的教学应以已学过的曲线（直线、圆、椭圆、双曲线和抛物线）为主，使学生体会曲线与方程的对应关系，感受数形结合的基本思想。对于感兴趣的学生，教师也可以引导他们了解圆锥曲线的离心率与统一方程的有关知识。

⑥ 教学中要注意充分运用信息技术进行数学探究和数学发现。例如，平面截圆锥面、圆锥曲线性质（范围、对称性、离心率、渐近线等）的变化过程可用计算机来展示。

(3) 关于空间中的向量与立体几何的教学，应注意以下问题。

① 在空间向量及其运算的教学中，要注意引导学生学会运用类比、归纳等方法，

经历向量及其运算由平面向空间推广的过程,体验数学在结构上的和谐性,弄清楚空间向量与平面向量的区别与联系。

② 空间向量的线性运算及其性质、空间向量的数量积、空间向量的共线和垂直的充要条件等,与平面向量是基本一致的。教学中,应引导学生类比猜想、自主探索,得出相应的性质和法则,使学生学会学习。

③ 利用空间向量解决立体几何问题主要包括:证明一些定理(如空间位置关系的一些判定定理)和度量计算。教学中,应注意让学生体会向量的思想方法,不要过于追求解题技巧性。关于三垂线定理,只要求会用向量法证明该定理,而不要求将定理作为推理的依据。关于度量计算,只要求用向量法解决线线、线面、面面的夹角的计算,而不要求学生去解决有关距离的计算等问题。

数 学 2-2

(1) 关于导数及其应用的教学,应注意以下问题。

① 导数概念是微积分的核心概念之一,它有极其丰富的实际背景和广泛的应用。教学中,可以通过研究增长率、膨胀率、效率、密度、速度、加速度等反映导数应用的实例,引导学生经历由平均变化率到瞬时变化率的过程,知道瞬时变化率就是导数。通过感受导数在研究函数和解决实际问题中的作用,体会导数的思想及其内涵。这样处理的目的是帮助学生直观理解导数的背景、思想和作用。

② 在导数的概念建立之后,要认真引导学生运用定义推导几个常见初等函数的导数公式,要注意形式化训练中的规范要求,从而加深对导数概念的认识和理解,并从中领悟求导数这一算法的基本思想。

③ 教学中,要防止仅仅将导数作为一种规则和步骤来学习,而忽视它的思想和价值,注意严格控制难度,避免过量的形式化的运算练习。

④ 教师应引导学生在解决具体问题的过程中,结合实例及函数的图像,借助几何直观,将研究函数的导数方法与初等方法作比较,让学生体会导数方法在研究函数性质中的一般性和有效性。

⑤ 重视导数在研究函数与实际生活中的应用的教学,发挥导数的工具作用。要注意运用学生熟悉的数学问题、生产与生活中的实际问题,帮助学生增强数学应用的意识,促进学生全面认识数学的科学价值、应用价值。

⑥ 引导学生阅读有关资料,了解微积分创立的时代背景和有关人物,让学生体会微积分的建立在人类文化发展中的意义和价值。

(2) 关于推理与证明的教学,应注意以下问题。

① 教学中应通过实例,引导学生运用合情推理去探索、猜测一些数学结论,并

用演绎推理确认所得结论的正确性,或者用反例推翻错误的猜想。教学的重点在于通过具体实例理解合情推理与演绎推理,而不追求对概念的抽象表述。

② 这部分中设置的证明内容是对学生已学过的基本证明方法的总结。在教学中,应通过实例,引导学生认识各种证明方法的特点,体会证明的必要性。对证明的技巧性不宜作过高的要求。

③ 教师应借助具体实例让学生了解数学归纳法的原理,对于用数学归纳法证明的问题要控制难度,仅限于“验证 $P(n_0)$ 成立;假设 $P(k)$ 成立,推出 $P(k+1)$ 也成立”的类型。

④ 引导学生阅读有关资料,了解公理化思想和计算机在自动推理领域和数学证明中的作用。

(3) 关于数系的扩充与复数的引入的教学,应注意以下问题。

在复数概念与运算的教学中,应注意避免繁琐的计算与技巧训练。对于感兴趣的学生,可以安排一些引伸的内容,如求 $x^3=1$ 的根、介绍代数学基本定理等,但不作普遍要求。

数 学 2-3

(1) 关于计数原理的教学,应注意以下问题。

① 教学中,应通过实例,引导学生总结出分类加法计数原理和分步乘法计数原理,理解排列、组合的概念。

② 教学中,引导学生根据计数原理分析、处理问题,而不应机械地套用公式。同时,应避免繁琐的、技巧性过高的计数问题。

③ 在二项式定理的教学中,可以介绍我国古代数学成就“杨辉三角”,以丰富学生对数学文化价值的认识。

(2) 关于概率的教学,应注意以下问题。

① 研究一个随机现象,就是要了解它所有可能出现的结果和每一个结果出现的概率,分布列正是描述了离散型随机变量取值的概率规律,二项分布和超几何分布是两个应用广泛的概率模型,要求通过实例引入这两个概率模型,不追求形式化的描述。教学中,应通过实例使学生分清二项分布与超几何分布,理解其本质意义。

② 教学中,应通过实例,使学生理解条件概率的意义、了解两个事件相互独立的含义;引导学生发现条件概率的计算公式、相互独立的两个事件同时发生的概率的计算公式,并说明两者之间的关系。

③ 概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义,因此要通过日常生活中的大量实例,鼓励学生动手试验,正确理解随机事件发生的不确定性及其频率

的稳定性。鼓励学生尽可能运用计算器（机）来处理数据，进行模拟活动，更好地体会统计思想和概率的意义。例如，利用计算器产生随机数来模拟掷硬币的试验等。

（3）关于统计案例的教学，应注意以下问题。

① 教学中，应鼓励学生经历较为系统的数据处理的全过程，培养他们对数据的直观感觉，认识统计方法的特点（如统计推断可能犯错误、估计结果有随机性等），体会统计方法应用的广泛性。应尽量给学生提供一定的实践活动机会，可结合数学建模的活动，选择一些案例，引导学生亲自实践。统计案例的教学重点是使学生感受统计分析的思想，了解统计学对社会生活和科学研究的重要性。只要求学生了解两种统计方法（独立性检验和回归分析）的基本思想及其初步应用，对于其理论依据不作要求，避免学生单纯记忆和机械套用公式进行计算。

② 在 2×2 列联表独立性检验的教学中，教师应指导学生关心如何选用一个量，用它的大小来说明独立性是否成立，从直观上关注其方法的合理性，至于最后选取的量及其大小的界定超出了高中的范围，可以只告诉其结果，使之能够操作即可。

③ 线性回归分析是在必修 3 的基础上，进一步认识线性回归的方法及其可靠性。教学中要引导学生通过实例，从感性到理性逐层深入地探求对线性相关程度进行检验的统计量（相关系数），从而建立线性回归分析的基本算法步骤。对为什么相关系数 r 可以估计相关的程度，只要求从直观上加以感受，不必介绍理论依据。

④ 教学中，应鼓励学生使用计算器（机）等信息技术手段来处理数据，有条件的学校还可运用一些常见的统计软件解决实际问题。可以安排以抽样方法为主要内容的实习作业，培养学生解决实际问题的能力。

选修系列 3

3-1 数学史选讲

（1）“数学史选讲”专题不是系统地讲授数学史。主要是结合中、小学有关的数学内容，例如，对于一些重要的数学概念，可以通过数学史的学习加深对它们的认识和理解。也可以通过介绍相关的史料，或数学发展的梗概，提高学生对数学的价值、意义、作用的认识，激发学生学习数学的兴趣和动力。

（2）结合中学数学内容较系统地介绍一些专题。如：数学发展概论、几何发展史（欧式几何、非欧几何、分形几何等）、代数发展史（数与符号、方程等）、微积分等。还可以介绍一些重要的数学问题，如：费马大定理、欧拉公式、集合的势等，通过这些问题使学生了解数学的发展，提高学生学习数学的兴趣。

（3）在日常教学中，通过对每一部分数学史内容的介绍，引起学生的兴趣。在本

专题的教学中,教师应鼓励学生对数学发展的历史轨迹、自己感兴趣的历史事件与人物,写出自己的研究报告,这是提高数学素养的重要载体。

(4)教学方式应灵活多样,可采取讲故事、讨论交流、查阅资料、撰写报告等方式进行。

3-2 信息安全与密码

(1)在本专题的教学中,应该把理解保密通信的基本形式和公开密钥原理放在重要的位置上,不要把过多的精力放在数学推导上,可以针对学生的不同情况提出不同的要求,对于感兴趣的同学可以引导他们掌握数学原理。

(2)在本专题的教学中,可以设置一些活动,通过操作、实践来帮助学生理解保密通信的基本形式和公开密钥原理。

(3)在本专题的教学中,对于数论的知识一定要把握好“度”,能掌握的同学就掌握,不必对全体学生作统一要求。

(4)在本专题的教学中,要引导学生写好读书报告,这是提高数学素养的重要手段,希望老师在这方面多下功夫。

选修系列 4

选修 4-1 几何证明选讲

(1)本专题的部分内容,学生在初中已经初步了解其内容,并且在学习过程中侧重于观察、实验和操作,而本专题不仅是初中所学知识的深化,而且侧重于逻辑推理与抽象思维。教学中应使学生逐步适应这一思维层次的提升。

(2)本专题的教学,应按照从简到繁、从具体到抽象、从实验到论证的过程进行。要使学生在学习具体的平面几何内容中体会数学的思想方法,从而进一步培养创新思维的意识 and 能力。

(3)几何证明的难度应严格控制,在解决同一个问题的过程中,相似三角形(或全等三角形)的使用不宜超过 2 次,添置的辅助线不超过 3 条。

(4)圆锥截线定理的证明,蕴涵着丰富的数学思想方法,它们有助于学生体会空间想像能力和几何直观能力在解决问题中的作用,有助于提高学生综合运用几何知识解决问题的能力。对这部分内容可以选择开设相关讲座或指导学生阅读的方式。

选修 4-2 矩阵与变换

(1)本专题只对具体的二阶方阵加以讨论,而不讨论一般 $m \times n$ 阶矩阵以及 (a_{ij}) 形式的表示。

(2) 矩阵的引入要从具体的实例开始,通过具体的实例让学生认识到,某些几何变换可以用矩阵来表示,丰富学生对矩阵几何意义的理解,并引导学生用映射的观点来认识矩阵、解线性方程组。

(3) 要求从图形的变换直观地理解矩阵的乘法,并通过具体的实例让学生理解矩阵乘法的运算律。

(4) 要在具体的实例中理解逆矩阵和特征值的实际意义及其不变性,结合具体实例能用线性方程组或用行列式来求解简单二阶矩阵的逆矩阵和特征值。逆矩阵的唯一性定理要结合具体几何变换来理解其合理性。

(5) 在学习二阶矩阵基础知识的同时,教师可以根据教学的实际情况适时地介绍一些矩阵的拓广知识(如三阶矩阵或高阶矩阵),这些知识不要求学生掌握,只要求学生作一些感性的认识,也便于学生对矩阵的有关知识有一个较为全面的了解,有利于以后的学习。

(6) 这部分内容的教学应让学生认识到,矩阵从实际生活需要中产生,并在实际的问题中有着广泛的应用,体验数学的抽象更有助于人们对问题的思考与解决。

(7) 矩阵的简单应用,在教学中主要把握以下两方面情况:

① 运用的矩阵为: $m \times 1$ 矩阵或 $1 \times n$ 矩阵 ($m, n \leq 4$) 或 $n \times n$ 方阵 ($n=2, 3$)。

② 问题类型为:简单的网络图中的一级路、二级路矩阵问题;简单的二阶逆矩阵应用问题;简单的特征向量应用问题。

选修 4-3 坐标系与参数方程

(1) 坐标系的教学应着重让学生理解平面和空间中点的位置都可以用有序数组(坐标)来刻画,在不同坐标系中,这些数所体现的几何含义不同。同一几何图形的方程在不同坐标系中具有不同的形式。因此,选择适当的坐标系可以使表示图形的方程具有更方便的形式。在坐标系的教学,可以引导学生自己尝试建立坐标系,说明建立坐标系的原则,激发学生的发散思维和创新思维能力,并通过具体实例说明这样建立坐标系有哪些方便之处。

(2) 教学中应通过具体例子让学生体会极坐标的多值性,但是在表示点的极坐标时,如无特别要求,通常取 $\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ 。极坐标方程与直角坐标方程的互化,主要是极坐标方程化为直角坐标方程;参数方程与普通方程的互化,主要是参数方程化为普通方程,并注意参数的取值范围。

(3) 求曲线的极坐标方程主要包括:特殊位置的直线(如过极点的直线)、圆(过极点或圆心在极点的圆);求曲线的参数方程主要包括:直线、圆、椭圆和抛物运动轨迹的参数方程。

(4) 应通过对具体物理现象的分析(如抛物运动的轨迹)引入参数方程,使学生

了解参数的作用。应注意鼓励学生运用已有的平面向量、三角函数等知识,选择适当的参数建立曲线的参数方程。

(5) 可以组织学生成立兴趣小组,合作研究摆线的性质,收集摆线应用的实例,了解平摆线和圆的渐开线的参数方程。可以应用计算机展现心脏线、螺线、玫瑰线、叶形线、摆线、渐开线等,使学生感受这些曲线的美。

选修 4-4 不等式选讲

(1) 在本专题教学中,教师应引导学生了解重要不等式的数学意义和背景,例如本专题给出的不等式大都有明确的几何背景。学生在学习中应该把握这些几何背景,理解这些不等式的实质。

(2) 代数恒等变换以及放缩法是证明不等式的常用方法,在利用这些方法证明不等式时,常常使用一些技巧。对于专门从事某些数学领域研究的人们掌握这些技巧是极为重要的。但是,对大多数学生来说,往往很难掌握这些技巧,对他们更为重要的是理解这些不等式的背景和它们所体现的数学思想。所以,教学中要尽力使学生理解这些不等式以及证明的数学思想,对一些技巧不做更多的要求,不要把不等式的教学陷在过于形式化的和复杂的技巧之中。

(3) 数学归纳法是重要的数学思想方法,教师应通过对一些简单问题的分析,帮助学生掌握这种思想方法。在利用数学归纳法解决问题时,常常需要进行一些代数恒等变换。教师不要选择过于技巧化的问题或习题,以免冲淡了对数学归纳法思想的理解。

(4) 在教学解绝对值不等式时,要控制难度:含未知数的绝对值不超过两个;绝对值内的关于未知数的函数主要限于一次函数。

(5) 不等式证明的教学,主要使学生掌握比较法、综合法、分析法,其他方法如反证法、放缩法、数学归纳法只要求理解。

(6) 不等式应用的教学,主要是引导学生解决涉及大小比较、解不等式和最值问题,其中最值问题主要是用平均不等式、柯西不等式求解。

(7) 下列内容可指导学生阅读: n 元柯西不等式、排序不等式、贝努利不等式。

二、切实掌握课堂教学设计

(一) 教学设计的演变

通常人们认为数学有三种形态:自然形态、学术形态还有教育形态。教学设计就是要在数学的自然形态和学术形态两极的中间构建一个既反映数学本质又适宜学生

学习数学的教育形态。

以知识或以教师为中心的传统教学设计认为：教学设计就是为了达到一定的教学目的，对教什么(课程、内容等)、怎么教(组织、方法、传媒的使用等)和教的怎样(检测、评价、反馈等)进行设计。显然，这已经不符合新课标的教学设计理念，新课程的教学设计理念是以学生为中心进行教学设计。新课程的教学设计是指通过精心设计的教学系统来更有效地完成教学任务，促进学习者的学习。杨开城、李文光在《教学设计理论的新框架》一文中，对以知识为中心的教学设计和以学生为中心的教学设计进行了比较（见下表）。

以知识为中心的教学设计和以学生为中心的教学设计的比较

	以知识为中心的教学设计	以学生为中心的教学设计
教学设计者所持的知识观	知识是客观的，可以从有知识的人那里传递给学生	知识不是纯客观的，是学生在与外界环境的交互过程中主动建构起来的
教学设计者所持的学生观	学生只是知识的容器	学生是对知识的积极加工者，每个学生都会对知识有独特的理解
教学设计者眼中的师生关系	教师是知识的源泉，学生的活动要配合教师的活动	教师只是学生学习活动的辅导者，教师的活动要配合学生的活动
规定性理论支持	有比较丰富的规定性理论支持，比如加涅关于教学事件与学习结果匹配的规定性理论	缺少基于建构主义思想的教学分析工具和教学处方方面的规定性理论支持
教学过程	鼓励学生模仿、记忆	鼓励学生去发现、去创造、去解决问题
教学结果	获得的知识很系统，但往往是机械的，不灵活	获得的经验可能深刻但不全面

从中不难看出，由于设计者所持的教学观不同，两种不同的教学设计对知识和学习的认识、师生关系和培养目标的设计上有着重大差别。以知识或以教师为中心的教学设计侧重于“教”的设计。表现在数学教学中存在重事实与原理的传授，轻知识产生过程的学习体验。因此，教学设计指向纵向教学环节的设计，横向教学内容的逻辑编排、教学法则的规范、教学方式的选用与设计，这种教学设计的核心在于注重教学行为的设计，淡化学习行为的设计。在此导向下，数学教学就成了“讲话—听话”式的单向传授式教学，缺乏课堂教学的“交际对话”式氛围。摆脱传统教学设计痼疾的根本出路在于教学价值对人的发展的回归，教学设计应当是人们发展的“学程”设计，而不单纯是以学科为中心的“教程”设计。

传统的教学设计忽视了学习的主体——“学生”的存在；忽视了教学过程同时也是学习过程的双向过程。因此，要使新课程的教学设计符合新课程的教学理念，必须

在教学设计中考虑到学生的学习和发展的需求。

（二）新课程教学设计理论探究

1. 新课程教学设计的依据

第一，以高中数学新课程标准为指导。在《标准》的基本理念中明确指出：“学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习，高中数学课程还应倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习数学的方式。这些方式有助于发挥学生学习的主动性，使学生的学习过程成为在教师引导下的‘再创造’过程。”；“为学生形成积极主动的、多样的学习方式进一步创造有利的条件，以激发学生的数学学习兴趣，鼓励学生在过程中，养成独立思考、积极探索的习惯”。《标准》特别强调教师的有效教学应指向学生有意义的数学学习，有意义的数学学习又必须建立在学生的学习愿望和知识经验基础之上。因此，教学过程同时也是一个学习过程，新课程教学设计首先要反映新课程的基本理念。

第二，以现代教育学心理学理论为基础。以瑞士著名心理学家皮亚杰为代表的建构主义的学习理论认为：学习者的知识不是通过教师的传授得到的，而是学习者在一定的情境即文化背景下，借助其他人（包括教师和学习伙伴）的帮助，利用必要的学习材料，通过意义建构的方式获得的。因此，教学设计的最终目的是为了学生的学习和发展，达到教与学的最优化。这种教学设计理念符合新课程倡导的“以人为本，全面发展”的教育理念。

因此，新课程教学设计不但要体现教师教什么、怎么教和教的怎样的问题，而且要体现学生学什么、怎么学和学的怎样的设计。

2. 新课程教学设计的内容

随着系统理论的发展，根据教学问题的大小和简繁，相应的教学设计也有系统级、课堂级、产品级三种层次。教学系统设计是以一门新的专业或课程为中心的（宏观）教学设计，教学系统设计逐渐发展起来，并将进一步向教育系统设计发展；课堂教学设计是以一堂课为中心的（中观）教学设计；产品级的教学设计是以课堂教学中所使用的教学媒体为中心的（微观）教学设计。下面所说的教学设计主要指一堂课的教学设计。

课堂教学设计的基本内容包括：学习背景分析、学习需求分析、学习任务分析、学习者分析、学习目标的制定和评价、教学策略的制定、教学媒体的选择、教学评价等。简单的说，就是要回答以下三个问题：①教什么和学什么，②如何教和如何学，③教的怎样和学的怎样。其实质依次是目标、策略、评价三方面的问题。

新课程教学设计的几个要点。在具体实施教学设计时应该注意的问题是：教学设

计不能是对相关教科书的简单复制，必须以有助于学生的学习，有利于学生的发展为目的，必须基于学生如何学习的知识，具有反馈和调节的环节。教学设计本身应是一个指导性的动态方案。

新课程教学设计主要有以下三方面变化：①在掌握基础知识和基本技能的基础上，注意数学思想方法的培养、数学能力和素养的提高；②注意对学习态度的培养和学习方法的指导；③使每个学生都能在数学上有所发展。总之，就是要通过实施教学设计让学生学会学习、学会生存、学会做人、发展自我。

3. 新课程课堂教学设计的程序

(1) 进行教学分析，确定教学目标。教学分析是教学设计的基础，教学目标是教学设计的出发点和归宿。教师一定要在现代教育教学理论的指导下进行分析。主要包括三个方面的工作：学习任务的分析——教学内容的分析；学生特征的分析——原有认知结构与认知特点的分析；学习环境的分析——学习资源环境对教学影响的分析。根据新课程的要求确定本节课的教学目标，这是课堂教学的核心设计。

(2) 课堂教学策略的设计。包括课堂教学的组织形式、采用何种教学方法、学生的学习活动方式等，这是课堂教学的主体设计。

(3) 学习评价的设计。这是关于教学与学习效果的反馈。根据系统论的反馈原理，任何系统只有通过反馈信息，才能实现控制。及时有效的反馈，能使教学策略得到及时的调整，保证教学质量达到最优，这是课堂教学的动力设计。

(4) 课堂教学设计的描述。分记述式的课堂教学设计（文字教案）、流程图式的课堂教学设计（图解）等。把课堂教学设计文字化、图表化，这是课堂教学设计的呈现形式。

每节课的课堂教学设计可能各有不同，课堂教学设计没有固定不变的模式。只要基于国家课程标准，本着有利于培养学生的数学能力、有利于提高学生学习数学的兴趣和成绩、有利于学生的全面发展的信念，认真研究教学设计理论，在新课程教学改革试验中敢于探索实践，教学设计必然是一线教师发挥自己创造力的广阔天地。

（三）教学设计的关键——教学目标设计

1. 教学目标设计

教学目标是教学过程所追求的结果。在教学领域，教学目标决定着教学活动的方式方法，并且要求教师和学生排除各种干扰，使自己一切行动服从于这种目标。对这种教学目标知道的越清楚，其决定作用就越有效。

新课程的教学目标与传统课程相比有明显的不同，它突出地体现在知识和技能、过程和方法以及情感、态度和价值观三个维度上，并且分别给出了不同层次上的要求。

例如知识和技能有：知道、了解、模仿，理解、独立操作和掌握、应用、迁移三个层次的要求；过程和方法有：经历、模仿和发现、探索两个层次的要求；情感、态度和价值观也有：反应、认同和领悟、内化两个层次的要求。其中有些目标与原教学大纲相同或相似，例如知识和技能、能力、思想方法的目标等；也有一些目标是新增加的，例如过程、情感、态度和价值观的目标等。这就需要教师在备课的过程中，通过研究课程标准、教材，结合学生、学校的实际，确定教学目标，然后根据教学目标确定相应的教学方法和策略，进行教学设计。因此教学目标的准确定位是非常重要的，下面就新课程数学教材中的部分单元和课时教学目标分别举例，供读者共同研究。

2. 教学目标设计举例

★ 模块教学目标设计举例

必修数学 1：集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）。

第一章 《函数》教学目标

知识与技能：

(1) 了解集合的含义。能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法、描述法和 Venn 图法）描述不同的实际问题。

(2) 理解集合之间包含、相等和补集的含义，能识别给定集合的子集。了解全集与空集的含义。理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集。理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集。能运用 Venn 图表达集合的关系及运算。

(3) 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域。了解映射的概念。

(4) 在实际情境中，会根据不同的需要选择适当的方法（图像法、列表法、解析法）表示函数。通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用。

(5) 通过已经学过的函数特别是二次函数，理解函数单调性、最大（小）值及其几何意义。

(6) 结合具体函数，了解奇偶性的含义。

(7) 学会运用函数图像理解和研究函数的性质。

过程与方法：

(1) 通过实例，体会元素与集合的“属于”关系，从观察分析集合中的元素入手，正确的表示集合。学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，提高运用数学语言进行交流的能力。

(2) 通过各种实例，了解函数是描述变量之间依赖关系的重要数学模型。在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画（构造）函数，再现函数知识产生的过程。另一

方面通过研究已构造（或已给出）的函数表达式，去解释、探究其性质，揭示相关变量之间的内在关系。

（3）函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。通过本模块的学习，初步树立函数的观点。

情感、态度与价值观：

（1）通过大量的实例，感受集合语言在描述客观现实和数学问题中的意义。

（2）探索利用直观图示理解抽象概念，体会数形结合的思想。

（3）感受对应关系在刻画函数概念中的作用，使学生在初中数学学习的基础上，对数学的高度抽象性、概括性和更广泛的应用性有进一步的认识。

（4）在运用集合语言的过程中，培养学生具有实事求是、扎实严谨的科学态度，使学生学会用数学的思维方式去解决问题、认识世界。

（5）通过实习作业的形式，将课堂集体学习与分散学习相结合，积极开展小组学习方式，培养学生独立思考、合作学习的意识。

第二章 《指数函数、对数函数、幂函数》教学目标

知识与技能：

（1）理解有理指数幂的含义，通过具体实例了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算。

（2）理解指数函数的概念和意义，能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图像，探索并理解指数函数的单调性与特殊点。在解决简单实际问题的过程中，体会指数函数是一类重要的函数模型。

（3）理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数。通过阅读材料，了解对数的发现历史以及对简化运算的作用。

（4）通过具体实例，直观了解对数函数模型所刻画的数量关系，初步理解对数函数的概念，体会对数函数是一类重要的函数模型。

（5）能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图像，探索并了解对数函数的单调性与特殊点。

（6）知道指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数（ $a>0, a\neq 1$ ）。

（7）了解幂函数的概念，结合函数 $y=x$ 、 $y=x^2$ 、 $y=x^3$ 、 $y=\frac{1}{x}$ 、 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图像，了解它们的变化情况。

（8）了解函数的零点与方程根的联系。

（9）能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解，了解这种方法是求方程近似解的常用方法。

(10) 比较指数函数、对数函数以及幂函数增长差异,了解函数模型的广泛应用。
过程与方法:

(1) 通过具体实例(如细胞分裂,考古中所用的 ^{14}C 的衰减,药物在人体内残留量的变化等),了解指数和对数函数、幂函数模型的实际背景,探究函数知识产生、发展和应用的过程。

(2) 能够使用计算器或计算机画出函数图像,通过函数图像揭示函数性质。

(3) 在上一章的基础上,经历通过函数解决问题的过程,进一步体会函数的思想方法在数学和其他学科中的重要性。

情感、态度与价值观:

(1) 引导学生体会“用有理数逼近无理数”的思想,并且可以让学生利用计算器或计算机进行实际操作,感受“无限逼近”的过程。

(2) 通过实例,体验函数是描述客观世界变化规律的基本数学模型,体验指数函数、对数函数、幂函数等函数与现实世界的密切联系及其在刻画现实问题中的重要作用。感受运用函数概念建立模型的过程和方法,初步运用函数的思想和方法理解和处理其他学科和现实生活中的简单问题。

(3) 在实习作业中,了解数学发展史。根据实际问题建立数学模型,探究指数函数、对数函数和幂函数的抽象函数模型,培养学生的创新意识和实践能力。

★ 课时教学目标设计举例

下面通过对“必修数学 1:集合、函数概念与基本初等函数 I(指数函数、对数函数、幂函数)”的第二章《指数函数、对数函数、幂函数》中“对数函数”第一课时的教学设计,介绍课时教学目标设计的主要步骤和相关环节。

课题 对数函数(第一课时)

课型:新授课

(1) 教学分析:

① 教学内容:教学内容为对数函数的概念、图像及性质。本节是学习指数、指数函数和对数的后继内容,根据描点法,作出对数函数的图像以及得到相应的对数函数性质。对数函数既是指数函数的反函数,也是高中乃至以后的数学学习中应用极为广泛的重要初等函数之一,其研究方法以及研究的问题具有普遍意义。

② 教学目标:

a. 知识与技能:掌握对数函数的概念、图像及性质。应用对数函数性质,掌握求简单对数函数定义域的方法,掌握三种简单的分别比较对数、真数和底数大小的方法。

b. 过程与方法:利用指数函数以及性质导出对数函数概念和相应的函数性质,在学习和应用对数函数性质的过程中,着重数学思想方法的培养。

类比的思想：指数函数和对数函数概念与性质的类比。

对称的思想：指数函数与对数函数图像之间的对称关系。

数形结合思想：通过函数图像研究函数的代数性质，以及通过函数表达式探究函数的几何性质，学习和领会图形与符号语言之间的相互转化，并能运用这些语言表述有关函数的性质。

分类讨论的思想：根据对数函数的底数大于 1 或小于 1 的不同情况进行讨论，初步了解分类的原则，体会分类讨论的思想。

换元的思想：通过换元，将较复杂的对数函数问题转化为基本的对数函数问题。

c. 情感、态度和价值观：通过指数函数类比引入对数函数的概念，揭示数学类比和对称的思想，使学生感受到数学中的对称美。同时使学生了解对数函数的概念也来自于实践，激发学生学习数学的兴趣，增强应用数学的意识。

(2) 教学方法与策略：根据本节课的教材特点以及学生的实际情况，尝试运用“问题探究式”教学法。采取“设问引入——类比构建——探究反馈”的方式，力图通过创设问题情景、分析问题和解决问题的一系列过程，组织学生主动参与、主动探究有关问题，形成以学生为中心的各种形式的探索性学习活动。引导学生步步深入地参与到课堂活动中来，尝试探求将问题“一般化”的方法。

(3) 教学手段：多媒体辅助教学。利用计算机绘图的快速显示等特点对某些对数函数几何性质进行再现，运用直观认识、操作确认、思辨论证等方法，充分提高课堂效率。

(4) 学习指导：

① 学情分析。本节内容是在学习了指数、指数函数图像及其性质和对数的基础上，进一步学习对数函数图像及其性质。因此，在学生的认知结构中已有指数和指数函数图像及其性质和对数的知识结构，通过类比、探究等学习活动，学习对数函数图像及其性质。

② 学习方式与策略：

a. 自主学习。设置问题 1 和探究题作为学生自主探究的问题。在探究过程中，培养学生自主学习、独立思考的能力。充分发挥学生学习的主动性、自觉性，在问题的解决过程中，学习分析问题、解决问题的方法，形成良好的学习习惯和思维方式，提高学生的自学和迁移能力。

b. 合作学习。组织学生采取小组讨论、合作学习的方式，帮助和引导部分学习能力较差的学生一起进行研究学习，发挥学习能力较强的学生的学习积极性和带头示范作用。师生、生生共同对问题 2~问题 4 讨论、研究和解决。通过展开对结论多样性的探讨，问题正误的辨析，深化概念的理解，激活思维，交流比较，形成多种解决

问题的方法，培养学生合作学习的意识，分享学习的经验和快乐。

(5) 学习过程（教学过程）：

① 创设情景，自主学习，引入课题。

问题 1 的设计目的是：通过创设情景，学生自主探究问题 1，引入课题。

问题 1 请同学们在答题纸上和教师一起分别画出函数 $y = 2^x$ 和 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图像

简图，求出所给函数的对数形式，引出对数函数概念，并在同一坐标系中画出相应函数的图像。

请部分学生说明其各种画法，如：描点法、对称法（利用指数函数与对数函数图像间的对称关系）、应用函数的性质等，然后利用“几何画板”（描点法）画出若干对不同底的指数函数与对数函数图像，观察、体会函数图像的对称美和计算机辅助学习的优势。

对数函数定义。

定义：函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 叫做对数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域是 $(0, +\infty)$ 。

② 观察图像，自主探究，类比、归纳对数函数性质。

通过类比指数函数的性质，得出对数函数的性质（观察函数图像，学生填出下表）。

学生探究学习用表

名 称	指 数 函 数	对 数 函 数
解析式	$y=a^x (a>0, a\neq 1)$	$y=\log_a x (a>0, a\neq 1)$
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$
值域	$(0, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$
函 数 值 变 化 情 况	当 $a>1$ 时， $a^x \begin{cases} > 1(x>0), \\ = 1(x=0), \\ < 1(x<0); \end{cases}$	当 $a>1$ 时， $\log_a x \begin{cases} > 0(x>1) \\ = 0(x=1) \\ < 0(0<x<1) \end{cases}$
	当 $0<a<1$ 时， $a^x \begin{cases} < 1(x>0) \\ = 1(x=0) \\ > 1(x<0) \end{cases}$	当 $0<a<1$ 时， $\log_a x \begin{cases} < 0(x>1) \\ = 0(x=1) \\ > 0(0<x<1) \end{cases}$
过定点	$(0, 1)$	$(1, 0)$
单 调 性	当 $a>1$ 时， $y=a^x$ 是增函数 当 $0<a<1$ 时， $y=a^x$ 是减函数	当 $a>1$ 时， $y=\log_a x$ 是增函数 当 $0<a<1$ 时， $y=\log_a x$ 是减函数
渐近线	$y=0$	$x=0$
.....

表格的设计目的是：通过学生对空白表格的填写过程，反映出学生经过自主探究学习，自我建构、自行总结的函数性质（内容、条数不限），并转化为图表形式（用数学语言）表达出来，借此培养学生观察、类比、发散和归纳的数学能力。

③ 合作学习，独立探究，应用对数函数的性质解决问题。

问题 2 的设计目的是：掌握换元转化求与对数函数有关的函数定义域的一般技能和方法。由于这类问题有一定的难度和技巧，故采取分组合作学习方式，教师引导学生应用所学知识，让学生解释解答过程，广泛地进行交流和反馈，检验学生对函数性质的掌握情况。让学生在合作学习的过程中，互相帮助，共同提高。

问题 2 求下列函数的定义域：

(a) $y = \log_a x^2$;

(b) $y = \log_a (4 - x)$;

(c) $y = \log_a (9 - x^2)$;

(d) $y = \frac{1}{\sqrt{\log_a x}}$;

(e) $y = \log_a (a^x - 1)$ (其中: $a > 0, a \neq 1$)。

问题 3、问题 4 的设计目的是：利用对数函数的性质，比较两个对数和两个对数的真数的大小。这组问题由易到难、由特殊到一般分层递进，采取学生分组合作学习方式，重点培养学生正向思维和逆向思维能力以及分类讨论的数学思想，在合作学习的过程中逐渐养成合作意识。

问题 3 比较下列各组数中两个值的大小（比较对数大小）：

(a) $\log_2 3.4$, $\log_2 8.5$;

(b) $\log_{0.3} 1.8$, $\log_{0.3} 2.7$;

(c) $\log_a 5.1$, $\log_a 5.9$ ($a > 0, a \neq 1$)。

问题 4 已知下列不等式，试比较正数 m 、 n 的大小（比较真数大小）：

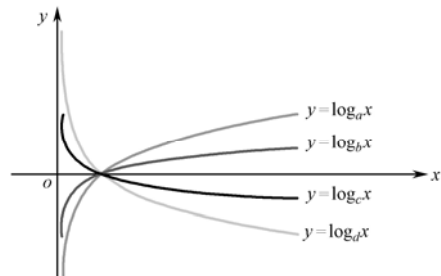
(a) $\log_3 m < \log_3 n$;

(b) $\log_{0.3} m > \log_{0.3} n$;

(c) $\log_a m < \log_a n$ ($0 < a < 1$);

(d) $\log_a m > \log_a n$ ($a > 1$)。

设计探究题的目的是：由问题 3 和 4，比较自然地联想到引出比较两个对数的底数的大小问题。考虑到学生的差异性和不同的数学需求，改变探究题呈现形式，用函数图像判断对数的底数的大小，采取学生自主探究的学习方式，培养学生探究能力以及数形结合、分类讨论的数学思想以及抽象概括的思维能力。



探究题 已知如左图 $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$, $y = \log_d x$ 四个对数函数图像，试比较 a 、 b 、 c 、 d 的大小（比较底数大小）。

④ 学习评价与反馈

a. 课内评价与反馈。通过学生对问题 1 和填表的书面解答,了解学生对于对数函数基本性质的掌握情况;通过对问题 2~问题 4 以及探究题的学习,了解学生对于对数函数有关问题的基本解题技能和方法以及分类讨论等数学思想的掌握情况。

b. 课外作业反馈。

设计课外作业的指导思想是:一是及时有效地对课堂教学和学习的反馈评价;二要体现层次性、针对性,保持适度、适量。

(a) 课本作业:略。

(b) 思考题:已知 $\log_a m < \log_b m$, 试比较 a 、 b 的大小。

(6) 教学媒体

① 教具:多媒体演示设备(计算机、实物展台、投影仪);软件:几何画板。

a. 教具的准备:课前利用几何画板绘制相应对数函数图像课件;

b. 教具的使用:在问题 1 和探究题讨论过程中适时地演示相应课件。

② 板书设计(略)。

(四) 新课程教学设计的突出特点——指导和改变学生的学习方式方法

《标准》突出强调了学生自主学习、自主选择、自我发展。因此,在教学设计时就要充分考虑到,根据学习内容,帮助学生正确地选择和掌握适合自己的学习方式方法。不仅着眼于一节课的学习,而且要放眼于学生将来的自主学习和发展。

我国教育家蔡元培说过:“所谓教育,其实就是为学习提供帮助。”加涅也曾经指出:“为学习设计教学。”从行为主义、认知主义到建构主义学习方式的演变和发展过程来看,学习方式在学习过程中所起的作用越来越重要。事实上,学生厌学、学业成绩不好或进步迟缓,甚至影响其将来的发展,多数是因为学习方式不当造成的。相反,每一个学业上取得优异成绩的学生一定伴随着一个良好有效的学习方式。可以说,学生的学习方式决定着其生存方式和发展方式。

1. 接受学习方式与探究学习方式相结合

加涅把学习分为三类:概念学习、规则学习、问题解决学习,而每一种学习都是以前一种学习为基础的。探究性学习应属于问题解决的高级学习,是运用概念和规则解决问题的学习。“探究性学习”作为一种学习方式,它是指教师或其他人不把现成的结论告诉学生,而是学生在教师指导下自主地发现问题、探究问题、获得结论的过程。“探究性学习”渗透于所有学科学生的所有学习活动之中,有利于培养学生的创新意识。

“探究性学习”是与“接受性学习”相对的一个概念。就个体的发展而言,“探究

性学习”与“接受性学习”这两种学习方式都是必要的，在人的具体活动中，两者常常结伴而行、相辅相成。之所以在我国新的基础教育课程体系中强调“探究性学习”，并不是因为“接受性学习”不好，而是因为我们过去过多倚重了“接受性学习”，把“接受性学习”置于中心，使得“探究性学习”被完全忽略或退居边缘。顾冷沅研究员就中国数学教学存在的问题形象地指出：“学习数学要吃‘三个馒头’，前两个馒头是基本概念和基本规则，最后一个馒头是‘创造性的问题解决’。”我国数学教学过分重视吃前两个馒头，而西方倚重于吃第三个馒头。现在强调“探究性学习”的重要性是想找回“探究性学习”在课程中的应有位置，而非贬低“接受性学习”的价值。

在高中数学课堂中开展探究性学习时，一般可按照如下模式进行：

(1) 创设问题情境。教师选择或开发一些有意义的能够激发学生学习动机、增强学生问题解决技能的真实问题，使学习能在和现实情境基本一致或类似的情境中发生。

(2) 界定问题。通过分析问题情境，学生澄清要探究的问题的实质，包括问题的性质、结构、解决该问题所需要的条件等。

(3) 选择问题解决策略。通过对问题的分析，学生独立或者通过讨论，确定问题解决的办法，制定解决问题的计划。

(4) 执行策略。学生运用自己选定的问题解决策略，尝试解决问题。

(5) 结果评价。学生对自己的问题解决结果与他人进行比较、评价。

2. 自主学习方式与合作学习方式相结合

新课程提倡和鼓励学生采取自主学习与合作学习相结合的学习方式。自主学习概括地说，就是“自我导向、自我激励、自我监控”的学习。自主学习包括个人探究性学习，它有一种发自内心的学习动力的支持，它是一种有效的、有意义的学习方式。建构主义的学习理论认为：学习不是简单的让知识由外到内的转移和传递，而是学习者主动地建构自己的知识经验的过程，即通过新经验与原有知识经验的相互作用，来充实、丰富和改造自己的知识经验。教师应积极为学生创设问题解决的情景；留出充分的时间让学生自己去研究数学问题，鼓励学生们独立思考，大胆提出不同的解法；让学生通过观察、试验、归纳，作出猜想，发现解决问题的方法，得出结论并证明、推广等。只有当学生通过自己的思考，建构起自己完善的数学认知结构时，才能真正有效地去学习数学。也就是知识的最终掌握，必然要通过学生自主学习、自我建构的过程。因此，自主学习方式是中学数学教学培养的主要目标。

作为一种独立的教学方式，其基本程序是：

(1) 确定学习目标。

(2) 学生自学。学生对照学习目标，通过独立学习完成自己能够完成的任务。

(3) 自学检查。检查学生的自学结果，分析学习任务的完成情况。

(4) 集体讨论。把学生自学未能解决的问题，试图通过班级讨论解决，教师从中引导、点拨。

(5) 教师讲解。教师对学生自学和讨论未能解决的学习问题进行精讲、细讲。

(6) 练习巩固。学生把所学的内容通过练习进行巩固，以达到熟练掌握和迁移的目的。

(7) 课堂小结。学生在教师的指导下，梳理本堂课所学内容，使之系统化。

“合作学习”是与“自主学习”相对的一个概念。合作学习是指学生在小组或团队中为了完成共同的任务，有明确责任分工的互助性学习。合作学习可以帮助学生通过共同工作来实践其社会技能，在合作式的小组学习活动中可以培养学生的领导意识、交往技能和民主价值观。合作学习涉及的活动应与其学习内容相适应，一些活动仅通过个别学习便能顺利完成，而有些活动需以结对方式完成，还有一些活动则需组合多名学生，共同努力才能完成。教师应为学生提供他们开展合作所需要的指导与机会。例如，教师可采用示范方法帮助学生怎样倾听、分享、综合他人的想法，以及怎样建设性地化解分歧。在学生分组学习过程中，教师应巡回进行检查，以确保所有小组都能进行有成效的学习活动，并根据需要提供必要的辅导。从学生全面发展的观点来看，合作学习可以使学生在与同学共同钻研疑难问题，共享体验学习成果的同时，培养协同合作的精神。

例如探求动圆圆心轨迹方程的系列问题。动圆过定点分别与定直线、定圆相切或动圆与定直线及定圆均相切或动圆与两个定圆相切，求动圆圆心的轨迹。由于定点、定直线以及定圆的位置关系不同，轨迹可能是直线、圆或圆锥曲线多种形式，这种系列性、综合性很强的分类讨论问题，既让学生进行个人自主探究，充分发挥学生的聪明才智，也可以通过小组合作学习共同来完成，大家对这个问题集体讨论、互相补充、分工合作，最后汇总成文。通过合作学习学生不但对圆锥曲线的定义、建系的技巧和分类讨论的思想方法会有一个新的认识，而且也能体验到合作学习带来的愉快和成就感。

课堂教学中合作学习的基本模式是：

(1) 选定课题，即确定要学习的内容或任务。

(2) 小组设计，即确定小组学习的规模、划分学习小组。

(3) 安排课堂。学习小组的成员面对面地聚集在一起，能够看到相关的学习材料，相互交谈、讨论。

(4) 呈现学习材料。把学习材料分割开来，使小组的每位成员都有自己的学习内容，并承担相关的学习责任。

(5) 开展学习活动。学生根据分工首先完成自己的学习任务，然后与小组成员交

流，最后把各自的学习成果整合在一起。

(6) 提交小组的学习结果。学习小组把本组的学习、研讨结果呈现给全班，教师总结、评价各组的学习，必要时对学习内容进行补充讲解。

3. 课内学习方式与课外学习方式相结合

学生走出课堂，到社会中学习，不但是时代发展的需要，而且是新课程的要求。在当前教学条件下，学生获得知识的主要途径还是通过学校的课堂学习。随着新课程实施，现代化进程和知识更新速度的加快，教育要适应社会的发展需求。课堂学习会逐渐向课外、社会延伸，许多教学内容就不能仅在课堂上来完成。如大量的数学实际应用问题、数学建模、数学探究问题，包括研究性学习等，都要通过课外学习的形式解决。学生通过走出课堂，接触社会，在发现、解决实际问题的同时，了解国情民意，关注社会热点，增强作为国家公民的责任感。另外，基于网络的学习也是学生学习方式的一个重大变革，它在一定程度上打破了传统在校学习方式的时空局限性。

(五) 几种重要数学课型教学设计的特点和要点

1. 概念课的教学设计

数学概念课的教学设计需要思考：概念教学一般可以分为哪几个阶段？各个阶段分别要侧重解决什么问题？如何解决这些问题？

数学概念教学大致分三个阶段：概念的引入、分析和应用。

概念的引入侧重引起学生的注意，激发学生的兴趣，体现概念的本质，蕴涵概念发生的思维方法，做到先声夺人。引入的方式有很多，常见的有下面四种：

- (1) 数学故事引入数学概念；
- (2) 通过学生已有的知识和经验引入概念；
- (3) 动手做实验引入数学概念；
- (4) 通过实际问题引入数学概念。

在概念课的教学中，还要注意下面四个方面：

第一，要明确数学概念，不是简单的给出定义就行。因为在教师创设培养之下，学生要通过探索得出定义的本质，所以我们要尽力揭示数学的发生和应用的思维过程，同时通过这些过程，来培养学生探究精神。

第二，要恰当的引入感性材料，这个感性材料必须要适度与典型，不可以为了要引起学生的兴趣，提供与概念联系不大的材料。

第三，要从多方面入手去建构概念。

第四，概念分析设计应该正确预测学生对概念理解的困难，把握学生对概念理解的层次，教师要恰当地设计引导问题，合理选用分析方法，特别是多媒体的应用更要

注意到恰当，不能喧宾夺主，切忌哗众取宠。

数学概念教学是数学教学当中的首道工序，学生对概念的理解和把握是否准确，将直接影响到后续数学学习的效果。数学概念的表述应当要用精炼的语言，准确无歧义地反映概念的本质特征。

除了在概念的表述上语言要精炼之外，还需要学生在概念的记忆上有一个凝缩的过程，只有记住了概念的本质特征，才能够不遗忘概念。

数学概念教学是数学教学中非常重要的一种课型，也是数学教学非常重要的一个任务。

关于概念教学的设计要注意以下几点：

第一，要展现数学概念的来龙去脉。一个重要概念的产生，总有它的必然性和原因，我们不可能完全再现这样一种过程，但是我们应该展现人类思想中那些最关键的几个步骤。

第二，应该让学生多角度的来理解概念。多角度的理解概念有一个很重要的方法，叫做顾名思义。数学概念的名字往往比较概括，比如说向量和有向线段这两个概念怎么理解？实际上从名称上面我们就可以区别它们的主要差别了。

第三，概念是非常重要的，但是对概念的理解，特别是对一些重要概念的理解，常常不是一节课可以解决问题的，需要我们把它们放在整个高中数学课程中去认识，这样就容易把握在这节课上对这个概念掌握到什么程度，以后在哪个地方去拓展这些概念。要把对数学概念的理解，作为我们理解数学基本脉络的一个层次去认识。

第四，概念的教学，不只是在概念课上才出现。对概念的认识，应该成为我们在其他课型中随时随地都应该关注的一个出发点。我们可以去讲题，但是我们讲题的目的是什么？是提高学生的素养，提高对某些概念的认识，加深对某些概念的理解。

2. 方法课的教学设计

数学方法课的主要任务就是要让学生掌握一种具体的数学方法。数学方法从认知心理学的角度来界定的话，属于程序性知识，但要掌握程序性知识，就不能脱离前面一个先学习陈述性知识的环节，也就是具体的方法是什么？在方法课的教学中，应该让学生对方法产生的过程有一个切身的体验，其中第一个阶段可以用四个字来概括：举一反三。我们不能把方法作为一个抽象的数学知识直接告诉学生，而要让学生在具体问题的解决过程中来感受和自己提炼。举一反三说明学生不可能一次性完成这样一种认识，所以我们可以通过若干个问题，让学生来抽象出这样一个方法。第二个阶段就应该举一反三。这时候的这个“一”就是那个方法，反三的过程就是应用这个方法的过程，就是让学生在应用中熟练地掌握这种方法。

关于方法课的教学，就是“举一反三”和“举一反三”的过程。有时候我们是在

一节课当中完成的，但是也有可能是通过多次课来完成的。此外，方法课的教学中我们尤其要注重学生习题的反馈，这个反馈可以是即时的反馈，也可以是我们通过习题甚至于通过测验的反馈，方法课最终的目标是以学生掌握了有关的技能作为评价衡量的标准。

方法是一个操作过程，但是这个操作过程的背后有数学的本质。在教给学生操作过程时，不应该忽视对于它所蕴含的数学本质的理解。

尽管课型有不同的形态，但是我们在做课型分析的时候，离不开三件事，一个是数学，一个是学生，一个是教学，这是思考这些问题的一个灵魂，把握住这个灵魂，就可以更好的界定我们对这些课程形式的理解。

3. 复习课、讲评课的教学设计

到了高三阶段，上好复习课、讲评课这两种课型就显得尤为重要。那么这两种课型的目的是什么？目的就是要让学生将来在考试中，能够展现自己的学习成果。这样两种课型，它的主要形式是训练。训练的方式可以有多种多样，复习课更多采用的是一种变式训练的方式，使得学生在原有的认知水平、认知能力的基础上，有一个比较大的突破。讲评课的目的是及时的反馈学生所存在的问题，校正他所存在的问题，也能够使他在原有基础上有一个飞跃。两种课型有一个重要的原则就是：教师的主导作用应该慢慢地向后退，因为最后要培养学生的能力能够超越教师的能力。在这个过程中，一个很重要的教育原则就是：教是为了不教。

从技术层面上看，这两种课型更多的应当是从学生学这个角度出发来设计整个的教学过程。比如复习课，它是高三阶段很重要的一种课型，其中一个作用，就是平时上课过程中，学生反馈上来的学习过程中的一些问题，一些知识上的漏洞，我们靠什么样的课去解决它，应该就是复习课，所以复习课还有查漏补缺的作用。当然在查漏补缺之前，我们应当给学生一个知识体系的整体把握，可以是一个单元、一节，也可以是一章，都要有一个整体性的把握。

另外，我们可以从学生的错误出发进行讲授。学生应该有一本错题记录本，对这个记录本上面的那些错题，我们可以通过讲评课把它纳入进来，使学生觉得这样做是有价值、有效果的，对他的学习有推进作用。

上好讲评课首先要做到课前“三要”。所谓“三要”就是要及时、要统计、要备课。

要及时。就是习题或者试卷的讲评应放在测试后未上新课之前，原因是：对教师来说刚阅完卷，对于学生存在的问题了如指掌。就学生而言，此时他们对试卷所考察的知识点是非常熟悉的，而这时候他们不仅急于知道分数，更急于知道正确的答案，求知欲极强。如果时间过长，逐渐淡忘，学生失去了兴趣和积极性，也就失去了主动性和学习的动力。

要统计。认真批改试卷这是上好试卷讲评课的一个前提，阅卷不是简单的打勾或打叉，一方面要掌握学生在各个知识考点的得分失分情况以及典型错误，另外一方面还要按人按题统计学生的得分情况和出错人数。教师要在充分分析的基础上把出现的问题归类，找出失误的重点，分析出错的原因和知识的遗漏缺陷，进行有的放矢的讲评，不能不分主次平均用力面面俱到。

要备课。在统计的基础上要认真备好讲评课。要讲什么？哪些不需要讲？要重点讲什么？重点内容怎么讲？所有这些都要做到心中有数。教师只有对这些方面做到心中有数，在讲评时才能使学生的知识得以巩固、扩展和提高，使讲评成为一次知识的巩固、一次知识的更新、一次知识的收获。

其次要做到课堂“三讲”。所谓“三讲”就是讲题意、讲思路、讲方法。三讲的主要目的在于暴露教师的思维过程，它的最大好处就是让学生了解解题的过程，学会审题、解题、辩题的技能。要学会解题首先要学会审题，学会审题就必须明确其意，甚至是明白出题者深层次的用意。善于审题的人也善于辩题，所谓辩题指的是能辨别题目的优劣，好的题目表现在科学性、启发性、灵活性都比较出色。

三、教学实施过程中的一些困惑和对策

从 2004 年秋季开始，我省作为全国首批实验区率先进行普通高中新课程实验，得到了广大一线教师、学生和学生家长、社会各界的普遍赞同和支持。但是，在实际教学的过程中，也遇到了各种各样的问题，需要我们共同面对和认真分析。以下是在 2008 年山东省暑期高中教师全员网络研修以及我们平时的教学活动过程中教师们反映出来的部分问题，在这里一起探讨。

（一）关于课时偏紧、教学内容增多的问题

根据山东省教育厅有关文件要求，2008 年入学的高一年级，必须严格执行《标准》中数学课每周 4 课时的规定。但是教师在实际教学中，普遍反映课时紧，教学内容难以完成。甚至出现有的学校偷着加班加点的现象，这个问题可能存在以下几个原因。

1. 《标准》的变化

《标准》相对于原《教学大纲》在教学内容方面有增有减，但是增加的要多一些。教学时数基本上是根据完成教学内容的时间来确定的，预留的练习巩固、复习测验的时间较少。然而，许多数学概念和方法的学习，是需要一定的时间反复理解和有效训练，才能使学生真正掌握并熟练应用的。在教学要求方面，《教学大纲》比较具体，且使用时间长，反复修订，教师们比较熟悉；但是《标准》内容要求的叙述相对较粗，

且只是最低要求，教师们往往心中无数。这需要我们在教学中，不断体会、理解和研究《标准》的要求及变化。

2. 教师对《标准》的正确理解和把握

特别是对于教学要求发生变化的教学内容，更要细心体会和研究其中的导向。如在教学中，有的教师基于传统《教学大纲》的要求，常会出现对教材某些内容挖掘得太深、太细的现象。例如集合的内容，《标准》规定 6 课时完成，有的教师把参数讨论、不等式的解法、甚至是二次方程根的分布都增加进去；再如幂函数、函数值域的初等解法等问题也容易被扩充和深挖；还有圆锥曲线部分，《标准》已经把椭圆、双曲线的准线概念删除，有的教师仍然把它及有关内容补充进来等，这些都是造成课时紧张的原因。

3. 正确理解和使用模块教材

执行《标准》后新教材的一个突出特点是模块化，在保持知识相对系统性的同时，分块循环安排教学内容。把有些教学内容分成了两部分（如概率、立体几何、解析几何等），体现循环上升，对数学要求不同的学生学习不同的数学。这就要求老师从整体上把握新课标要求，不要过早地人为拔高、向高考看齐，更不要把后面选修的内容提前拿到前面讲，在教学要求上搞“一刀切”，采取“一竿子插到底”的做法。这些做法不仅不符合《标准》的精神，对学生的发展不利，而且也造成了课时紧张。

4. 要指导学生学习，培养良好的学习方法和学习方式

随着高中不断扩招和义务教育阶段开展教学改革试验，更多的学生进入高中。另外，随着基础教育课程改革和素质教育的深入进行，广泛开展，教学秩序逐渐规范，学生自主学习的时间越来越多，学生的学习方式与方法由此也发生了很大的变化。因此，从高一开始，教师们就要注意引导学生逐渐学会如何听课、记笔记、梳理知识、反思、总结、安排自习等，这也是新课程改革的特色和要求。

5. 按照《标准》的要求实施教学

高中数学教学的依据应该是《标准》，而不是《考试大纲》或《考试说明》。许多地方的学校片面追求升学率，加班加点，赶进度，提前结束课程，高三一年全部用来复习，这是一种很不正常的教学现象，既不符合《标准》的要求，又造成了高一、高二课时紧张。

（二）如何在教学过程中体现“三维目标”的要求

《标准》与原《教学大纲》相比一个突出的变化是，《标准》在高中数学课程总目标的描述中充分体现了素质教育的思想，明确了数学教育的发展方向。对教师的教与学生的学提出了三个维度的教学目标：第一个维度是知识与技能；第二个维度是过程

与方法；第三个维度是情感、态度与价值观。可以看出，第一个维度与原《教学大纲》的教学要求基本相似，以学习、理解、应用知识，掌握技能为主。但是《标准》在原来一维教学目标的基础上进行了立体化扩展。其第二个维度的体现是在学习过程中把握方法、形成能力。第三个维度是在前两个维度的基础上发展健康的情感、养成良好的态度和形成正确的价值观；比如应用意识、创新意识、科学精神等，这是一种对于人的全面发展和社会和谐发展的更高层次的要求。三个维度相互依存，相互促进，相互渗透，融为一体，具有很强的整体性和立体感。如何在教学中体现“三维目标”，特别是第二和第三个维度的要求是教师在教学设计和教学过程中的一个新问题。

(1) 教学设计中对“三维目标”要有预设和体现。根据《标准》的相应内容要求和教材内容实际，提炼相应数学思想方法和价值观。具体叙述请见前面教学设计的关键——教学目标设计。

(2) 在课堂教学和学习过程中，根据教学和学习内容，设计和安排一些相应数学问题的发现、探究与解决，借助数学史料、故事等，学习数学家们勇于探索，不怕困难，坚持真理的科学精神。

(3) 通过指导和改变学生的学习方式，促进“三维目标”的达成。当今的课堂教学应当允许和鼓励学生进行自主、合作、探究学习。在设定的情境下，学生通过自主、独立地选题、调查、收集资料，处理信息，交流材料，表达与交流等探索活动，获得知识技能，发展情感与态度，培养探索精神和创新能力的学习方法和学习过程。自主、合作、探究的学习方式是以学生为中心，使学生成为学习和发展的主体。学生采取这样的学习方式，在学习过程中有情感的投入，能获得有效的情感体验，有利于学生良好的价值观的形成，同时也提高了学生的能力，使知识、文化得到积累。

(4) 在教和学习过程中要善于发现“数学美”，促进情感态度和价值观的升华。“数学美”有显性的，也有隐性的。显性的如数学概念与定义的逻辑美；数学公式与法则的严谨美；函数图像与方程曲线的对称美；数学结论与规律以及方程的结构美等。隐性的如数学概念和定义逐渐完善严谨的生成过程；数学公式和定理的逻辑推理过程；数学结论与规律的演绎抽象过程等。

(5) “三维目标”的实现离不开教师的主导作用。《标准》提倡在学习过程中发挥学生的主体地位，但是，在课堂教学的过程中，教师的指导仍然起着至关重要的作用。这种作用是通过学生的主体地位的确立和学生自主、合作、探究学习的效果体现出来的。教师应当积极地指导学生的学习过程，指导学生采取适当的学习方法。第一要利用有利于学生学习的因素，激发学生学习的内动力，让每个学生都能体会到学习的乐趣。第二要千方百计拓展学生自主、合作、探究学习的空间。第三，适当组织专题性探究活动。教师要注意在学生的能力和知识的基础上，指导学生选择适合自身发展需

要的学习方法，在指导的过程中和指导的基础上，激发学生的情感体验，丰富学生的知识，提高学生的能力。

(6) 在解决实际问题的过程中，培养学生的实践能力和创新意识。课堂教学过程，不仅是学生学习和教师组织教学的过程，而且是学生实践的过程。学生的实践过程包括阅读、理解、收集和处理信息、绘图、计算、测量、整理数据、制作模型等实践活动。教师要注意重视学生的实践活动，在实践活动中培养实践能力和创新意识。学生的实践活动都是自主、合作学习的过程，是掌握知识、培养能力的有效途径，并且在实践活动中学生的情感得到体验和升华，也是“三维目标”实践的过程。

(7) 利用多种课程教学资源，在潜移默化中渗透“三维目标”。如多媒体辅助教学与学习、校园网的开发和利用、制作和使用数学模型等可供利用的学习资源。教师在引导学生开发和利用这些资源的时候，注意个人的情感体验，获取知识和能力的发展。

(8) 激发学生学习兴趣，树立教师的人格榜样。在教学和学习的互动过程中，教师要尊重学生的人格，尊重学生的个性差异，成为学生人格学习的榜样。要学会赞赏学生，帮助学生提高学习的兴趣。培养学生选择的能力和履行职责的能力，使学生有能力选择学习的内容和学习方法，能够胜任独立学习以及合作学习中的自己的任务。教学要与学生的生活世界相联系，激活学生的生活经验，拨动学生的心弦，使学生的学习主体有效地参与学习过程。

(9) 尊重学生情感态度的个性差异和个性发展。学生是千差万别的学习主体和生命个体，对每个学生来讲，他们各自的知识结构，人生经历，生活阅历，情感倾向，个性特色，学习习惯和学习方法等都存在差异，这些差异都直接或间接影响到学生学习的效果。在具体的学习内容和过程中，在个人的情感体验上，也会是各不相同。教师要充分尊重学生的这种差异，并注意保护和开发学生独特的个人情感体验，让个性化的情感体现在学生的学习过程中，在教师的指导过程中得到丰富和发展。让学生能够对学习内容有感情倾向，能够联系文化背景作出自己的评价。对学习内容有感人的情境和人物形象，能够说出自己的体会，让个人基础不同的学生达到适合自己发展需要的目标要求。这样，学生在达到自己目标任务的前提下，也都能够享受到学习成功的快乐，才会对学习充满信心，才能更顺利的进行更高层次的学习。

“三维目标”是相互联系，相互渗透的整体，是一个完整的人在学习活动中实现素质建构的三个侧面。因此，课堂教学应该全面关注三维目标，并将它整合于统一的教学活动过程之中。

(三) 如何看待学生使用计算器（机）

新课标提倡信息技术与课程整合，鼓励学生使用计算器（机）进行学习，有利于

学生减少繁杂的计算过程，有更多的时间去学习和接触数学思想方法本质，有利于培养学生的动手能力和解决实际问题的能力，开展研究性学习。

可能有人担心学生使用或过分依赖计算器（机）后，学生的运算能力会降低。我们知道数学“双基”也在与时俱进，在信息技术飞速发展、计算机快速普及的时代，信息社会离不开计算机，我们基础教育也不能把计算机（器）排斥在外。可能我们不再像以前那样，过分地强调学生的数值计算能力，但是数学教学不可能降低学生对运算能力的要求，事实上，《标准》对原《教学大纲》中的四大能力之一的运算能力又提出了新的、更高的要求。在《标准》提出的六大能力中：运算求解能力和数据处理能力分别列居第一和第二位。因此，现在对学生的运算能力培养的侧重点是，学生对运算律的正确使用和进行字符和代数式化简的能力以及学生收集、整理、分析和应用数据的能力。

在基础教育阶段，普及计算器（机）是大势所趋，计算器进入高考也是必然。事实上，上海等省区高考数学早已允许使用计算器，积累了大量的经验，可供我们参考。

（四）如何在教学活动中体现和建立新型的师生关系

20 世纪 70 年代，联合国教科文组织编写的《学会生存——教育世界的今天和明天》一书，对未来教师角色做了这样的描述：“现在教师的职责已经越来越少地传递知识，而越来越多地激励学生思考；教师必须集中更多的时间和精力从事那些有效果的和有创造性的活动，与学生互相了解、影响、激励、鼓舞。”在 2008 年山东省暑期高中教师全员培训中，许多教师就“教师职业的幸福感”这个话题，提出对教师职业的看法和观点，抒发了对学生和教师职业的爱，用大量鲜活感人的事例阐述了自己对新型师生关系的理解。

新课程教学与以往教学相比，更加强调“师生平等”、“师生互动”和“师生共进”。更加关注学生在人文素养、正确的价值观、科学的学习方式、创新实践能力、良好的心理素质、健康的审美情趣等方面的发展，关注人的整体生命，努力使受教育者成为一个有人性、有创造力、和谐的人。因此，在新课程理念下教师的职责不是轻了，而是更重了；对教师的要求不是低了，而是更高了。可以说，新课改也促进了教师的发展。

丁尔升先生在《浅谈数学课程的设计》中说道：“教师是一个明智的辅导员，不同的时间，要求教师充当以下不同的角色：模特儿角色，他不仅演示正确途径，而且也演示错误的开端和高级思维技能，引导去解决问题；顾问角色，他帮助个人、小组、全班决定他们的工作是否保持了主题，进展得是否合理；仲裁人角色，他总是提出让学生考虑的问题，但把决定留给全班去做；对话者角色，他支持学生在班上发表意见，鼓励他们靠自己的活动去做出反应，靠自己去探索数学；询问者角色，他鞭策学生弄

清他们做什么才是合理的、有目的的，使学生确信他们能够捍卫自己的结论。”在新课程改革时期，教师仍需要继续保持无私奉献的敬业精神，但是教师参与课堂教学的形式和方法发生了改变，要转变过去那种“教书匠”、“蜡烛”的传统角色，根据不同的教学活动扮演不同的角色，这是对教师工作提出的新的挑战。

(1) 传授者与促进者。教师要改变传统教育教学中过于注重“授业”、“解惑”而忽略“传道”的倾向。数学学科也要注重人文教育，在学习基本知识、基本技能的同时，培养其人文素养、求真务实的科学精神，使其具有社会公德、社会责任感、爱国情操和民主法制意识，学会做人。教师的主要职能要从单纯学科知识的传授者转变为学生全面发展的促进者。

在新课程教学活动中，教师传授（或继承）者的功能以及在课堂中的作用也不能全盘否定，关键是看传授什么和怎样传授。一方面，优秀的传统文化、思想（包括上述提到的社会公德、社会责任感、爱国情操、崇尚科学、实事求是的科学态度和民主法制意识等）就需要教师来传授，这是教师的职责和义务；另一方面，传授不等于“灌输”，要注意方式方法。

(2) 创造者与组织者。奥苏伯尔在其代表作《教育心理学：认知观》的扉页上写道：“假如我不得不把全部的教育心理学归纳为一条原理的话，我将一言以蔽之：影响学习的惟一的最重要的因素就是学习者已经知道了什么，探明这一点，并据此进行教学。”由此提出了“先行组织者”的教学策略。就是教师要努力创造一个良好的学习情境，激发学生的学习动机和学习兴趣，充分调动学生的学习积极性，建立一个接纳的支持性的宽容的课堂气氛。教学过程离不开学生的参与，而学生的参与往往不是自发的。教师要充分利用生活实例、趣闻轶事、寓言故事或奇思妙想为学生创造一种有利于学习知识、发现知识的气氛，营造一个培养能力、提高素质的课堂氛围。教师的备课、讲课和辅导要为学生创造出一种置身于数学问题或社会实践之中的情境，让学生想有可想之物、思有可思之处。要让学生感受到数学就在我们身边而不是抽象的符号和死板的公式定理，要让学生喜欢数学并在学习过程中找到乐趣和动力。

作为组织者，在课堂教学中，要尽量给每位学生同等参与学习、讨论的机会，要经常仔细地检查、反省自己是否在对待不同学生上有差别。教师要慎重地运用学生原有的鉴定和介绍材料，对来自周围人对某一学生的评价要慎重地采纳，对学生不能形成先入为主的成见。要经常了解学生的意见，相互沟通，随时审视，随时修正。要尽量公开地评价学生学习过程和结果，可以采取学生成长档案袋以及分段按比例记录成绩等方式，积累有关资料，努力做到评价的公平、公开、全面、客观。

(3) 引导者与参与者。培养学生积极主动的学习态度、强烈的学习兴趣、科学的学习方法，让学生学会学习。作为引导者，教师要记住自己的职责是教育所有的学生，

因而要坚信每个学生都有学习的潜力，树立克服困难的信心（数学学习尤为重要）。帮助学生确定适当的数学学习目标，并确认和协调达到目标的最佳途径；在学习中多启发、激励学生，而不是灌输、挖苦学生；及时发现并纠正学生在学习和行为上出现的偏差；引导学生形成良好的学习和行为习惯，掌握数学学习策略和发展能力。通过适当的问题，找个切入点，搭建一个知识框架，让学生去自我建构一个逐步完整的认知结构，引导帮助学生从学习中学会学习。

作为参与者，教师的定位好比是一个晚会的主持人或者导演，学生就是演员。在学习活动中教师可以偶尔客串一个小角色，但千万不能把整个学习过程全包了，变成自我表演的“独唱音乐会”或“展示教师风采的舞台”。学习过程中要和学生一起讨论问题而不是仅让学生当听众，特级数学教师马明先生有一句很生动的比喻：“有时教师抛给学生的知识越快，学生可能遗忘的越快。”尽量让学生提出问题，建构问题的解法并找出答案，把“展示风采”的机会留给学生，让全体学生都有精彩的演出比教师个人有精彩的表演要难得多。

（4）学习者与研究者。作为学习者，应该首先放下教师的架子，虚心向学生学习他们的长处。师生平等是社会文明发展的需要和必然。中国长期以来的儒家文化维护“师道尊严”。但是，“尊严”堵塞了师生正常的情感交流，也使得知识的传播变成了单行道。“尊严”拉开了师生之间的距离，掩盖了教师的某些不足。当然，师生平等、学生自主学习，并不是把课堂完全交给学生、放弃教育者的责任，放任自流，而是要坚持“真理面前，人人平等”，建立正常、和谐的师生关系。

作为研究者，教师在教学活动中，要不断地研究新问题、解决新问题。作为课程的开发者、实践者，不仅要研究教学内容，还要研究怎样设计教学活动，构建师生、生生交流的平台；要对新生事物具有好奇心，不断地充实自己；要多从学生的角度去思考问题、看待问题，等等。传统教育观念形成的课堂学习心理气氛是：专制、束缚、依赖、守旧。现代教育观念形成的课堂学习心理气氛是：平等、自由、主动、创造。因此，教师要尊重差异性、多样性和创造性，缩小和填补师生之间年龄差距产生的“代沟”；采取适当的形式（如导师制），和学生建立较为紧密地联系；关注学生学习需求和心理健康，让学生学会生活和正确地面对成功和失败，提高承受挫折的心理能力，使每一个学生都能发展成为一个心智健康的人。在教育教学中，教师要善于发现问题、提出问题和解决问题，提高自己的教科研能力。

教师的角色还有很多，比如示范者、帮助者和开发者等等，但是不管教师扮演什么角色，都是为了学生的学习和全面发展服务的，同时实现自己在教师职业中的人生价值。

（五）关于选修课程资源的开发和利用

“改变课程过于注重书本知识传输的倾向，加强课程内容与学生生活以及现代社会和科技发展的联系，关注学生的学习兴趣和经验，并要适应不同地区和学生发展的需求，体现课程结构的均衡性、综合性和选择性。要增强课程对地方、学校以及学生的适应性”（基础教育课程改革纲要（试行））。新课标一个重要的变化就是，设置了三级课程：国家、地方和校本课程，同时增加了大量的选修课程。选修课程包括学科内的选修系列课程、校本课程以及研究性学习等，由学校统一组织安排，供学生自主选择学习。为了有效地开展选修课程和达到开设选修课程的目的，应加强选修课程资源的开发和建设，丰富选修课程内容，拓展选修课领域。

因此，这就要求教师创造性地开发和利用一切有助于实现课程目标的资源，充分发挥其在课程实施过程中的作用。挖掘并有效利用校内现有课程资源和自身优势，同时大力开发校外资源和网络资源。加强教师之间、校际之间以及学校与社区之间的合作，在开发选修课程资源的过程中，促进和提高自己的专业发展和专业素养。

（1）校内课程资源的开发和利用。新课程自身资源的挖掘。新课程一个突出的特点是：教学内容的灵活性、应用性和人文性。包括阅读材料与实习作业；数学建模与数学探究；数学文化与研究性学习。高中数学课程要求把数学探究、数学建模的思想以不同的形式渗透在各模块和专题内容之中，并在高中阶段至少安排较为完整的一次数学探究、一次数学建模活动；要求把数学文化内容与各模块的内容有机结合起来。另外，数学教材中除了分别供文理科学学生选修的系列1和系列2之外，还提供了选修系列3的6个专题和选修系列4的10个专题，供学生自主选择学习。通过教材中问题的开发研究，应用数学解决实际问题（包括数学和其他学科问题），激发学生学习数学的兴趣和积极性，实现课程资源的充分挖掘。

努力开发校本课程资源。这次新课程改革实验从课程的选择上就体现出较大的灵活性，除了国家统一审批的国家课程以外，还允许和鼓励各地区、各学校开发地方和校本课程。校本课程与国家课程相比的优势在于它的灵活性和本土性，它可以及时地将热点问题和学校的特色安排到课程中去。教师可以根据自身的情况和学校的安排，因地制宜，围绕着学校的学科教学、科研课题以及研究性学习的开展，逐步开发、丰富和完善校本课程。通过校本课程的开发使教师的教育理念转化为行动，有利于提高教师素质，形成办学特色，更有助于学生的全面发展。校本课程的开发给教师开辟了一个广阔的发展空间，教师应该根据自身条件制定个人发展计划。

应用现代信息技术，拓展了课程资源的发展空间，使教学和学习手段更加多样化，并且加速了手段的更新。传统数学教学中，一支粉笔、一块黑板、一本书、一纸（学历）证书吃一辈子的现象，已不适应现代教育的发展形势和要求。计算机辅助教学设计——电子教案。教案是教学设计的呈现形式，电子教案具有图、文、声并茂的特点，

直观、信息量大，动静皆宜，易于修改、储存和交流，它是集传统教案和电子课件于一身的教学软件，并且可以利用网络进行传输、下载，方便实现备课电子化。电子教案的设计更注重交互性、有效性、科学性和开放性。许多教师在探索传统教案改革的同时，设计、创建了有个人特色的电子教案，甚至网站和博客，逐渐形成自己风格的教学素材库，积累了丰富的课程资源。

使用计算机辅助教学和学习，促进现代信息技术与课程资源的整合。信息技术的发展必然会带动教学手段、学习方式的变革，高中数学课程应提倡利用信息技术来呈现以往教学中难以呈现的课程内容，新的技术带给学生们的是声情并茂、色彩逼真、动画优美的全新感受。尽可能使用科学型计算器、各种数学教育技术平台，鼓励学生运用计算机、计算器等进行探究和发现。探索教师、学生和信息技术的互动方式，信息技术改进学生数学学习的方式和教师教学的方式，寻找以教材实验为平台的数学课堂教学改革和教师专业化发展的途径，实现现代信息技术与课程资源有效的整合。同时也要指出，不同的教学目标、内容和对象对教学媒体的要求也不同。不能一味地去追求使用固定类型的教学媒体。有些教师常常以计算机多媒体课件来代替一切教学媒体，显然这这也是一个误区，有时无谓的增加了教学成本，是一种教学资源的浪费。

(2) 校外课程资源的开发和利用。新课程改革需要学校与社区、企事业和各社会团体共同开发课程资源，这是学校能否顺利地实施新课程改革的关键。如新课程的综合实践活动课程，规定了学生高中期间必须获得研究性学习课程 15 学分，还有社区服务 2 学分，社会实践 6 学分，共 23 个学分，占整个高中必修学分（116 学分）的近 20%。因此，在新课程实施期间，需要争取社会各界的支持，特别是图书馆、博物馆、学术团体以及企事业单位、社区委员会等。通过各种交流活动，学校与社会各界建立长期、稳定的协作关系。

“家长委员会”是学校联系社会、开发校外课程资源的重要桥梁。重视教育是我国的优良传统，每一个中国家庭几乎都把孩子的教育问题放在首位。家长普遍愿意与学校积极配合共同为孩子的成长出谋划策，对学校的教育教学工作给予大力支持。许多学校转变办学思想，为了加强学校与家长的联系，便于开展工作，纷纷成立了家长委员会。并且定期召开会议，对学校、班级的工作进行指导和监督，代表学生和学生家长对学校、班级工作提出建议和意见。同时为课程实施需要在社会上开展的活动，提供必要的帮助。

(3) 网络课程资源的开发和利用。基于网络的教学和学习模式是传统课程教学和学习模式的延伸，丰富了已有的课程资源。许多教师在“基于网络的课堂教学和学习模式”方面进行了有益的探索，取得了一定的成果。在这种模式中，教学四要素“教师、学生、教材、媒体”的地位发生了很大的变化。学生是主体，也是中心，是知识

意义的主动建构者；而教师是教学过程的组织者、指导者、促进者；教材是学生主动构建意义的对象；媒体则是认知工具。教学和学习将打破时间和空间的束缚，这种模式是与现代社会对人才的培养目标相适应的。随着网络教室、校园网以及因特网的普及和开发利用，这种新型的教学和学习模式将会不断地改进和完善。

新课程资源的开发和利用任重而道远，它既是推行新课程改革的物资基础，又是新课程改革的重要内容。它不仅是制订新课程标准的教育专家的事情，更是实施新课程教学实验的一线教师的职责。

（六）对《标准》教学要求变化的部分内容的理解

1. 关于“幂函数”的教学要求和误区

在《课程标准》中，对幂函数的学习非常明确地指出：仅限于幂指数为 1、2、3、-1 和 $\frac{1}{2}$ 的幂函数的学习。但是，许多教辅资料，甚至某些教材中提高了这部分的教学要求，将幂指数扩展到有理数。这样做增加了学生的学习负担，也不符合《标准》的要求。

2. 关于“函数的值域”的教学要求和误区

自从引入导数作为研究函数性质的有力工具后，用传统的初等数学方法研究函数值域的要求大大降低。因此，在高中数学必修 1 学习函数值域的过程中，不必像过去一样花费大量课时，针对各种不同函数类型，补充各种求解函数值域的方法。只需对基本常见函数类型：如一次、二次函数、简单的分式函数等，学习求其值域的基本方法即可。在学习必选内容“导数”后，可以以导数为工具作为求函数值域的主要方法。

3. 如何理解反函数的定位

在高中阶段，不要求建立函数的完整体系，这些对于高中学生来说是比较困难的。例如，高中数学标准不要求建立一般的反函数的概念。关于反函数，要求通过指数函数和对数函数的关系引入反函数的概念，对反函数有一个初步的了解，可以结合指数函数的单调性，说明反函数的意义。反函数概念的实质是一一对应的思想。在数学上，一一对应是很重要的，很多数学的基本概念都是在——对应的基础上建立的。两个集合 A 与 B 之间存在——对应，要满足三个条件，①存在着从 A 到 B 的映射 f ；②不同自变量的元素，它们的像也不同；③集合 B 中的每一个元素都有原像。条件①②称作单射，条件①③称作满射。对很多重要的数学概念的理解，常常不是一步到位，需要有一个积累、认识的过程。历史上康托建立集合论，——对应就是他的基本思想之一，曾经引起了激烈的争论。学生在高中阶段，可以结合具体的实例，说明——对应的思想。

4. “二分法”的拓展和应用

“二分法”除了用来求函数的零点或方程的根之外，其中蕴涵的数学方法具有普遍意义。其主要思想是：用函数在区间端点处的函数值的符号（注意：并不是其具体数值的大小）刻画函数零点的位置。因此，这种方法广泛地应用于一元二次方程的“区间根”、一元二次不等式在某一区间上恒成立等常见问题的求解过程中。

5. 必修部分（文科）的《立体几何》教学要求的变化

立体几何必修部分的主要变化是：原大纲在第一部分首先建立空间的公理体系，严格地定义出空间线面的平行和垂直及其角和距离等概念，然后严密地证明空间线面、面面平行与垂直的判定定理和性质定理。第二部分，给出空间常见几何体的概念以及面积和体积的计算公式。主要教学目标是掌握空间线面和面面的位置关系，培养学生逻辑推理能力和空间想象能力。整个几何教材体现了数学的抽象、严谨、逻辑性强的特点，但是对于将来不从事数学研究的大部分学生来说（特别是空间想象力较差的女生）学习掌握起来非常困难。

从《标准》的相关内容不难看出，必修部分《立体几何》的教学要求较原《教学大纲》已发生了很大变化。在降低逻辑推理证明的要求同时，加强了对学生几何直观能力的要求，这一点从《标准》《立体几何》部分的连续用了四个“画出”，可以窥见一斑。因此，在教学中，应通过大量的“识图”与“画图”训练，增强学生的几何直观能力。新课标的安排是首先由学生在其所生活的三维空间中常见的几何体——长方体出发，认识空间的线面、面面平行和垂直概念，不再引入空间角和距离的概念。加强了几何直观能力的要求，通过三视图、直观图了解几何体的结构，计算几何体的面积和体积。培养学生读图、识图和画图的能力和應用意识，符合人们在生长过程中的认识规律，这样安排便于学生理解和学习。

而且新课标并不要求学生对空间线面、面面平行和垂直的判定定理进行证明，只要求证明空间线面、面面平行和垂直的性质定理。必修部分（或者说文科）降低了推理证明的要求，即便是理科同样降低了推理证明的要求。因为理科在选修中引入空间向量后，倡导用向量代替证明。基本的学习要求是培养学生的几何直观能力和适度的逻辑推理能力。体现“大众数学”的思想，每个人学习适合自己的数学。

实际上，立体几何上的变化是一个国际基础教育发展的大趋势，国际上许多国家和地区基础教育阶段普遍减少了传统的欧氏几何证明的教学内容和课时，如平面几何与立体几何（包括三角恒等变形）等。增加了与计算机有关的算法等现代内容作为逻辑思维能力培养的补充，通过补充与现代科技发展的相关知识与国际基础教育发展接轨。这也是数学教育“与时俱进”的一个体现。

6. 文理科学学生对《立体几何》不同的学习要求

《标准》对于文理科学学生均提高几何直观能力、降低逻辑推理证明要求的同时，

理科学生增加了学习《空间向量》。这样理科学生可以使用向量来计算空间的有关角和距离的问题，以及证明空间的线面位置关系。需要注意的是，许多教师只是认为文科学生由于不学空间向量，所以文科学生降低了逻辑推理证明的要求。事实上，理科学生也降低了逻辑推理证明的要求，新课标更倡导理科学生用“向量计算”来代替“几何论证”。因此，立体几何空间线面位置关系的学习，关键是总结理清证明的思路方法，不必作过多过难的逻辑证明练习。

7. 文理科学生对《解析几何》不同的学习要求

注意到《标准》在文理科《解析几何》必选内容方面，文理科学生学习和学习要求均有不同。文科学生重点在直线与圆和椭圆的有关概念及基本性质的学习；理科学生应在文科学生学习要求的基础上，增加双曲线和抛物线的有关内容的学习，并且加强综合应用的训练。但是，也应该注意到《标准》删去了椭圆和双曲线的准线的概念，围绕这个概念的有关内容如：圆锥曲线的统一定义、焦半径公式等内容也应该删去。

8. 怎样把握《算法与框图》的教学要求

《标准》新增内容算法主要是基于：算法是数学及其应用的重要组成部分，是计算科学的重要基础。随着现代信息技术飞速发展，算法在科学技术、社会发展中发挥着越来越大的作用，并日益融入社会生活的许多方面，算法思想已经成为现代人应具备的一种数学素养。需要注意的是，不要把数学课程上的“算法”教学当作信息技术课程上的“程序设计”。我们主要侧重于学习一种分析、梳理、概括问题的方法，即“算理”的学习和研究。程序框图是算法的一种表示形式，程序语言是用来验证算法的一种方式，而信息技术课程的“程序设计”侧重于设计解决具体问题的计算机程序，显然两者是有很大的区别。因此我们在教学中，要求学生结合对具体数学实例的分析，体验程序框图在解决问题中的作用；通过模仿、操作、探索，学习设计程序框图表达解决问题的过程；体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性，发展有条理的思考与表达的能力，提高逻辑思维能力。

9. 为何《标准》和教材中调整了“统计”与“概率”的顺序

《标准》调整“统计”与“概率”的顺序的主要目的是为了突出统计自身的特点——用样本估计总体，显现“统计”与“概率”的差异。现代社会是信息化的社会，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。概率是研究随机现象规律的学科，它为人们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法，同时为统计学的发展提供了理论基础。

10. 剥离“概率”与“排列组合”的原因何在

在以前《教学大纲》对应的教材中，学习“排列组合”以后再学习“概率”，容易给教师和学生产生一种错误的印象，好像概率就是“排列组合”，就是“计数”。现在《标准》把两者剥离开来，在必修部分直接学习古典概率，不再学习排列组合，其主要原因是强化概率研究随机现象的特点，即随机性，避免把概率的学习变成研究“计数”而淡化了概率学习的本质。当然理科学生在选修部分随着深入学习离散性随机变量等内容，需要增加相应排列组合的知识和方法作为辅助学习的工具。

11. 学习《平面向量》的重点和难点

《平面向量》学习的重点是向量的运算及其分解，难点是向量的数量积运算及其几何意义。向量的运算是指：向量的加法、减法、数乘和数量积运算。向量的分解是指：向量向“基底”方向的分解和向特定方向的分解。前者是一种“基底”的思想，从一维空间（向量的平行或共线）到二维空间（平面向量基本定理）、三维空间，一直到 n 维空间。后者常常作为一种解题技巧出现。向量数量积运算不同于前面学习的实数的运算，尽管向量的数量积有其明显的物理意义和几何意义，但是，由于它是学生新接触的一种比较抽象的向量运算，所以在实际教学中，向量的数量积运算是《平面向量》学习的难点。

12. 如何认识和发挥“向量”的工具作用

《标准》较原《教学大纲》有一个明显的变化，把《平面向量》一章调整到三角函数三章的前两章之间。其用意比较明显，就是在三角函数的后续学习中，要以向量为工具求解和证明有关三角函数的问题。事实上，两角差的余弦函数公式、正余弦定理等，均为学生提供了很好的例证。在其他方面，如解析几何等大量数学和应用问题中，向量的工具作用也非常突出，在学习时应多注意总结。

13. 如何理解数列“递推关系”的变化和定位

在原《教学大纲》中，对于数列“递推关系”的教学要求是：能根据给出的数列的递推关系写出数列的前几项。但是，在新的《标准》中没有出现数列“递推关系”的概念及相应教学要求。一种理解为：既然没有出现这个概念，这个概念就不再属于要求学习的范围，或是《标准》淡化的内容。第二种理解是这部分内容放到选修系列4的有关专题学习，作为较高部分的学习要求。第三种理解是虽然在数列中不涉及“递推关系”的概念，但是，把数列看作是函数，可以从函数的角度来引出和研究“递推关系”问题。

14. 如何认识《课程标准》和教材中删去“极限”内容

许多一线教师认为：不介绍极限的概念就直接学习导数的内容，缺乏严密的数学基础，不利于学生导数概念的理解和掌握。新课标删去极限概念的主要原因是：第一，极限概念比较抽象，大多数学生难以理解。应该说从有限到无限是一个思维层次上的

飞跃，相应的极限四则运算学生无法进行严格的证明，事实上也没有必要进行证明。第二，围绕着极限概念的知识较多，许多相关知识如左右极限、连续、上（下）确界等抽象概念极易产生关联。第三，在极限这些抽象概念的干扰下，重要的核心内容导数和积分会被淡化。可能最后无法让学生体会到微积分这个划时代的数学革命给我们带来的广泛应用。淡化一下微积分的基础（事实上微积分在许多领域应用了很长一段时间后，人们才逐渐给出其严格的数学定义），可以让学生初步了解到微积分的核心内容。当然，我们在日常教学中适当地渗透有限与无限的数学思想完全是可以的，这方面的例子很多，如二分法，就是无限逼近的方法。事实上在现实生活中，绝大多数实际问题都是近似的，没有绝对的相等，我们给出的正确答案只是满足事先所给的误差范围而已。这种有限与无限的理解只能因人而异，不宜作统一要求。

15. 如何认识新增内容《推理与证明》

《标准》新增的一部分重要内容是《推理与证明》，其中主要原因是：第一，国家发展的迫切需要。近几年国家大力倡导创建创新型国家、创新型社会、创新型教育、创新型学校等，并首次把培养学生的创新意识写入《标准》。合情推理不失为数学教育中培养学生创新意识的一个很好的素材，因此，在教材中首次专门增加了《推理与证明》一章。第二，我国数学教育发展的需要。我国的数学教育，特别是基础教育阶段，在演绎推理方面做得太多，而合情推理方面又太少。当前学生的一个突出现象是：具有较强的解题能力，但是提出问题的能力很差，不利于创新人才的培养。第三，新课标教学内容变化的需要。新课标下的教学内容增加了大量的数据收集、处理的内容，如用样本估计总体等，这就是一个归纳推理，从局部推测全局的问题。

16. 如何理解复数的定位

这部分没有增加新的内容。与 2002 年颁布的《教学大纲》相比，删去了复数的三角形式、复数三角形式的乘法、除法、乘方、开方等内容，突出了数系的扩充过程、复数的代数表示法及代数形式的加减运算的几何意义。复数的引入，实现了基础教育数学课程中数系从实数到复数的又一次扩充。因此，要让学生了解虚数的概念和引入复数的必要性。对复数只要求掌握 $a+bi$ 代数表示的形式，会进行四则运算（加、减、乘、除），了解它们的几何表示。应淡化繁琐的计算和技巧性训练，把重点放在让学生体会数学体系的建构过程，数形结合思想以及人类理性思维在数学发展中的作用。《标准》强调从数学文化的角度来理解复数的作用和意义。希望学生通过一些阅读材料能了解复数产生的历史，数系扩充的过程，体会引入复数的作用，特别是复数在现代数学和科学中所起的重要作用。对于感兴趣的学生，可安排一些引申的内容作为选修，如求方程的虚数根，介绍代数基本定理、四元数的产生以及复数在电学中的应用等。

高中数学 教学评价实施建议

《标准》指出：数学学习评价，既要重视学生知识、技能的掌握和能力的提高，又要重视其情感、态度和价值观的转变；既要重视学生学习水平的甄别，又要重视其学习过程中能动性的发挥；既要重视定量的认识，又要重视定性的分析；既要重视教育者对学生的评价，又要重视学生的自评互评。总之，应将评价贯穿于数学学习的全过程，不能忽视评价的甄别与选拔功能，更突出评价的激励与发展功能。

一、树立正确的评价观

评价在课程改革中起着导向与质量监控的重要作用，是课程改革成败的关键环节。通过评价，可以提高教学的成效，促进新课程目标的实现。新一轮基础教育课程改革倡导“立足过程，促进发展”的课程评价理念，要求建立发展性课程评价体系，这不仅仅是评价体系的变革，更意味着要实现评价原则、评价方法与手段以及评价实施过程的转变。因此，在评价实施过程中应渗透以下基本理念。

(1) 加强动态评价，既重结果，又重过程，体现发展性原则。

倡导发展性评价，既要突出以评价促发展的功能，更要注重发展和变化的过程，不仅要关注学生的学业成绩，更要注重发现、发展学生多方面的潜能，运用发展的观念及动态方法综合评价学生在认知、情感、态度、创新意识和实践能力等方面的进步与变化（其中包括学生参与数学活动的兴趣和态度、数学学习的自信、独立思考的习惯、合作交流的意识、数学认知的发展水平等）。

(2) 鼓励学生对知识进行自我建构，评价内容多元化，体现全面性原则。

建构教学论认为，知识的建构要通过学生的自我反思自我调节完成，由于每个学生都是独立的个体，都有着自己的一套最佳学习方式，因此每个学生的知识建构方式就不一定相同，我们要鼓励学生对知识进行自我建构，教学评价也必须全面、全员及全程（课程和过程）采集和利用与学生各种素质培养及各种技能发展有关的评价信息，全面地反映学生的全部学习、教育的动态过程。评价的信息来源也不应仅仅局限于课堂，而且应拓展到学生各种发展的培养空间（包括课堂教学、课外活动和社会实践等

等)。评价不应仅由教师通过课堂内外的各种渠道采集学生素质发展的信息,而是要设计各种评价工具,鼓励学生主动收集和提供自我发展的评价信息。

(3) 关注学生的个体差异,评价标准多元化,体现开放性原则。

多元智力理论认为人类至少有七种认识世界的智力方式,不同的人可能擅长于特定的智力方式进行学习。人类的知识表征与学习方式有许多不同的形态,个别差异在教学中不可忽视,因此,用单一的教学评价方式来评价学生是有局限性的。我们要承认学生的多元智力,对不同的学生采用不同的评价标准,即尊重学生的个体差异,又尊重学生对数学的不同选择,不以一个标准衡量所有学生的状况。

(4) 坚持评教与评学相结合,侧重评学,体现多元性原则。

“评教”是为了教师提高教学质量。“评学”的根本目的在于评价学生的学习效果,以改进教学方案。课堂教学评价要以评学为重点,以此来促进教师转变观念,改进教学。评价的主体应该体现多元性原则,将教师评价、自我评价、学生互评、家长和社会有关人员评价等结合起来,并且以评价学生的学习为主。

(5) 评价的目的是为了学生更好的学习,强调评价的教育性原则。

高中数学教育应当积极促进每一个学生的发展,使评价、考试成为培养学生正确认识自我的一种教育方式。教学评价是教学活动中的组成部分,教学评价的作用在于提高学生的学习动机,通过评价使学生的数学认知得到发展,对数学本质的理解和思想方法的把握更加到位,其学习方法、解决问题的能力得到不断发展。应该将教学评价作为学生学习的一种策略,将教学评价视为教学过程的重要环节。

(6) 评价方法灵活,体现精确评价与模糊评价相结合的原则。

新课程倡导评价手段和形式应多样化,既可以用书面考试、口试、活动报告等方式,也可以用课堂观察、课后访谈、开放性任务、调查和实验、数学日记、作业分析、建立成长记录袋等方式,逐步改变只用考试决定学生一个学期、一个学年、一个学段学习的现象。在实践中要针对不同的需要选择不同的评价方式,并将各种形式有机结合起来,如“定性定量相结合,书面与口头相结合,课内与课外相结合,结果与过程相结合等”。教师也应在教学实践中大胆尝试运用有利于学生发展的评价方式。

总之,我们以期通过评价观念的转变和评价理念的落实,实现评价的四个更新:一要把教育评价从少数学生的智育领域扩展到全体学生发展的全部领域;二要把教育评价从学生的知识获取层面深入到学力发展层面;三要把评价学生的方式从单一的纸笔测验发展为多元教育评价;四要把评价学生的标准从成绩惟一转变为多极的评价标准。

二、构建科学合理的评价体系

（一）课堂教学评价

1. 数学课堂教学评价应遵循的原则

教学活动是学生与教师、学习资源的对话，是教师组织和引导学生进行有效学习的过程，是师生互动、生生互动共同实现具体发展目标的过程。教学评价是在教学过程中有目的地观察、测定学生在学习过程中的种种变化，根据这些变化对照教学目标、教学效果、学生的学习质量及个性发展水平，运用科学的方法作出价值判断，进而调整、优化教学进程的教学实践活动。教学评价主要包括：教学过程的评价、学习活动的评价及教学效果的评价。

在教学评价过程中应遵循下列原则：

（1）科学的全面性原则。数学教学评价要遵循科学规律，采取实事求是的科学态度，讲究科学的评价方法和手段，从客观实际出发，全面考虑制约评价的各个要素，把定量测量与定性估断综合起来，进行科学分析，得到切合实际情况的评价。在这一原则下，数学教学评价要以《高中数学课程标准》为依据，严格按照既定教学目标进行客观评价。在评价过程中，不能随意改变或脱离评价标准，要全面考查每个学生，听取各个方面的意见，防止仅从某一个方面（或要素）片面进行评价。对学生数学学习的评价，既要关注学生知识与技能的理解和掌握，又要关注他们情感与态度的形成和发展；既要关注学生数学学习的结果，又要关注他们在学习过程中的变化和发展。

（2）过程的教育性原则。数学教学评价是数学教育的组成部分，其评价本身必须体现教育性，无论采用什么方式进行评价，都要有利于学生的全面发展。因此，我们强调在教学的每一个重要环节，针对每一个可教育的内容，通过设定目标，用目标的达成度去实现。评价者和被评价者要随时把握学习中发生的变化，成功的做法需要及时巩固和提高，不足之处需要及时纠正和改进。对学生进行评价时，要根据《标准》制定出最低要求标准。对于程度不同的学生，在共同提高的基础上，还要体现因人而异的差别，根据个人在集体中所处的不同位置，采取不同的评价方法。

（3）实施的可行性原则。教学评价是实践性很强的科学，它的价值在于可实施、可操作。这一原则要求在对数学生进行数学教学评价时，其内容的标准应明确、具体，不能含混不清或不可捉摸。要求有统一的评价指标，保证被评价内容的可测性和公平性，要简化评价程序，并把评价与教学有机地结合起来。在进行教学活动评价时，要善于对学生的微小变化做出鼓励性评价，用发展、成长的眼光去评价学生。

（4）定性分析与定量分析相结合的原则。定性的分析和评价往往是基于对事物的

一定观察或经验做出的,但只凭经验为基础作定性分析的评价是不够科学的。通过统计可以从量的方面,全面、集中地对经验作出科学分析。由于教学过程和评价过程是个复杂过程,系统误差和随机误差的影响也在所难免,致使定量的评价也不绝对可靠。因此,在教学过程中,要把定性的评价与定量的评价结合起来,互相参照,互为补充,以减少评价的片面性,增强评价的可靠性。

(5) 反馈与调节原则。教学评价实际是把教学效果和教学目标作比较而得出的判断,但这种判断并不是目的,而是一种手段。在教学过程中,不断进行比较和判断,并把获得的结论不断地反馈于教学过程,以调节教学并最终改进教学。评价中的反馈与调节可在“设定教学目标—设计教学—进行教学实践—教学评价—修正教学目标”这样一个系统中进行。

2. 数学课堂教学评价的基本要素

评价课堂教学,应该从教师组织学生活动的角度去观察,从引导教师关注活动的直接效果——学生是否能够实现有效学习,有多少学生在多大程度上实现有效学习的角度去设计活动、组织教学。

对课堂教学的评价,应关注以下基本要素。

(1) 教学目标

目标的制定要根据课程标准和学生的实际进行设计,要符合学生的发展需要,表述要简明扼要。要体现新课程的“三维目标”,要增强目标调控意识和生成意识,关注生成目标的利用和达成。要重视学习习惯的养成和自学能力、综合运用数学能力的培养,并能有效地激励和指导学生正确认识数学的价值

(2) 教学过程

自主参与:学生主动参与到学习新知识或解决问题的活动中去,活动包括动脑、动口、动手、观察、实验、操作、练习、交流、讨论、质疑、答辩、解答等,强调在“做”中学。主动参与有两方面要求:一是广度,即参与学生的数量要多;二是深度,即学习者的积极性、热情、主动程度和参与的时间要多,使大多数学生能有较多的独立自主学习和探索的机会和时间。

有效互动:所谓互动不仅指行为的交往、语言的交流,更强调思想的沟通、情感的融合和思维成果的共享;所谓有效是强调实效性,强调从学生实际出发,让课堂的每一分钟发挥最大效益。本指标还强调师生之间的平等对话和沟通,强化教师的组织、指导和帮助作用。

经验建构:能用自己的话去解释、表达所学知识,能就所学知识做出推断或预测,能运用所学知识解释现象,解决有关实际问题 and 变式问题;不仅能解决经过加工、抽象后的模式化问题,还能解决生活、生产中的真实情境中的实际问题;学生的思维能

力和想象能力几乎能在每一堂课上有所发展和提高。

情感体验：课堂上每一个学生都能得到尊重和关爱，都能获得不同程度的成功与进步的体验，都能在感悟体验中学习新知识，获得发展；学生提问、质疑的积极性高，思维活跃，批判精神、求异思维得到发展，创新个性得到张扬；另外，还要综合考虑学生的群体效应和个体表现以及教师的言行、表情等，给出合理的评判。

自我反思：反思能力是课堂教学要着重培养的重要能力之一，也是影响课堂教学效果和品质的重要因素，能否进行自我反思是学生是否学会学习的重要标志。高中学生应养成经常反思的习惯，并具备较强的反思能力。学生反思习惯的养成和能力的提高是一个长期的过程，每堂课都要有所体现，但每堂课都不可能有明显提高，因此评价本指标时不能要求过高。

（3）条件保障

教科书不是课程的唯一资源，教师要依据教学目标对教材内容进行整合、重组，对课程资源进行精选和整合，要挖掘自身的经验和知识储备，充分利用学生头脑中所蕴含的丰富课程资源和在课堂中随机迸发出来的创新思维成果，还要注意联系社会实际、生产和生活实际，注意利用图书、音像和网络资源等等。教师要努力创设教学情境，采取灵活的教学方法，积极对学生的学进行组织、管理、指导、启发、帮助和调控，但不要限制学生的思维，使教学始终指向教学目标和围绕教学目标。

不仅要在知识方面关注学生的差异，更重要的是在能力、情感、个性等诸多方面给予关注。要从最大限度地满足每一个学生需要和愿望出发，关心、关注和热爱每一个学生，要有针对性地提出教学要求，有的放矢地进行指导和有区别的对学进行合理评价。教学目标和要求应该是有层次的，教学内容和练习题应该是可选择的。

（4）整体评价

在使用七项指标评价课堂的基础上要对课堂教学的整体情况进行综合、归纳、概括，从而得出整体结论。在整体评价时要关注课堂目标的达成度、课堂过程的开放度、课程资源的新颖度和教学理念的先进度。

3. 制订课堂教学评价量表

根据上述评价要素，归纳提取有关信息，制定下列课堂教学评价量表（仅供参考）。

注：项目级分栏目中的分数可以再细化为 A、B、C、D 四级，每级的分值可由使用者共同商议确定，以便体现授课人在某一领域的差别。

此课堂教学评价指标系统为评价的操作提供了一个基本框架。作为量化评价，它是构成评价标准的重要组成部分；作为自我评价，它是自我反思的依据；作为同伴互评，它是相互交流和沟通的出发点和指导。但是，不论是何种评价，在操作时都因为它不够具体而难于把握，因此，教师有必要依据这些指标去研究更加具体的操作办法。

数学课堂教学评价量表

授课人_____ 课题_____ 班级_____ 时间_____ 总分_____ 评课人_____

评价项目		评 价 指 标	分值	得分
教 学 目 标 (10 分)		(1) 明确、具体、全面，符合课程标准和学生实际，能与具体的活动内容和方式相联系		
		(2) 重视学习习惯的养成和自学能力、综合运用数学能力的培养，并能有效地激励和指导学学生正确认识数学的价值		
		(3) 目标意识强，能从目标出发及时恰当地调控教学，并注意生成目标的达成		
		(4) 充分挖掘数学教材中的教育因素，寓思想教育于教学之中		
教 学 过 程 (共 70 分，每个二级指标均为 14 分)	自主参与	(1) 学生主动参与到学习新知、解决问题的活动中去，在“做中学”		
		(2) 学生主动参与的广度、深度和参与时间达到一定要求		
	有效互动	(1) 师生平等地对话、沟通，教师较好地发挥了促进者、指导者和合作者的作用		
		(2) 学生在自主学习、独立思考基础上的小组讨论、合作学习扎实有效		
		(3) 师生、生生不仅有语言、动作方面的交流、碰撞，更有思维、情感方面的融洽、交流、碰撞和成果的共享		
	经验建构	(1) 学生获得对知识的真正理解，能用精确、简约、形式化的数学语言有条理地表达与交流数学内容		
		(2) 学生能建立不同知识之间的联系，把握数学知识的结构、体系，并能综合应用所学知识从实际情境中抽象出数学知识，并能应用数学知识解决问题		
		(3) 学生的思维能力、想象力得到一定发展；学好数学的自信心、勤奋、刻苦以及克服困难的毅力等品质得到有机培养		
	情感体验	(1) 学生获得了成功与进步的积极体验，兴趣浓厚，热情高涨		
		(2) 学生能有效地进行感悟体验，在感悟体验中获得能力的发展和精神品格的提升		
		(3) 学生积极地提问、质疑，有独到见解，创新品质得到培养，创新思维得到激发，创新个性得到发展		
	自我反思	(1) 学生能对自己的学习过程、学习方法进行不同程度的回顾和总结		
		(2) 学生能说出自己的学习收获，包括知识、技能和能力发展情况		
		(3) 学生能说出自己的体验、体会，有的能检查利弊得失，说明改进意见		
条件保障 (20 分)		(1) 教师能有效地开发和利用教科书及其以外的课程资源，如自身资源、学生资源、社会资源及图书等媒体资源		
		(2) 教师积极创设学习情境，能依据目标有效地指导、启发、调控、强化学生的自主学习，合作学习和探究学习		
		(3) 教师教态亲切自然，有感染力，善于与学生进行情感交流，讲解、提问、指导语规范得体		
		(4) 教学结构合理，教学环节得当，教学反馈及时有效，每个教学环节都扎实有效		
		(5) 教师教学技能娴熟，教法灵活多样，能面向全体学生，兼顾个体差异，能从学生的不同需要出发组织和实施教学		
整体评价				

（二）单元教学评价

1. 要注重评价对学生发展的作用

单元评价是对数学学习过程及其结果的过程性评价。其任务是对学生在一个单元学习过程中的表现、所取得的成绩以及所反映出的情感、态度、策略等方面的发展做出评价，也对教师的教学效果做出诊断。其主要目的是发现教师教的问题和学生学的问题，激励学生学习，帮助学生有效调控自己的数学学习过程，使学生获得成就感，增强自信心，培养合作精神。

2. 评价的内容要力求全面

评价内容除关注学业成绩以外，还要重视学生多方面的潜能和发展，注重对学生综合素质的考查，强调评价指标的多元化，尤其是创新精神和实践能力的发展。评价标准既要体现对学生的基本要求，又要关注学生个体的差异以及发展的不同需求。

3. 评价的方法要注意多样性和灵活性

教师应注意根据学生的年龄特征和学习内容的差异，采取灵活、多样的评价方法。除纸笔测验外，还可采用描述性评价、等级评定等评价记录方法，另外还应研究制定具有科学性、简便易行、有实效性的评价工具，探索便于教师普遍使用和有利于引导学生进行积极的自评与他评的评价方法，提高教学评价的有效性。

进行测试性评价时，应根据课程标准的要求，以考查学生的基础知识、基本技能和基本方法为主，同时也要适当兼顾创新意识与实践能力及学习数学潜能的考查。

进行非测试性评价时，要根据课程内容的特殊性灵活地选择评价方式。评价过程应积极主动，简便易行。同时要充分发挥数学作业在评价中的作用。作业的类型应多样化，如常规作业，开放性、探索性数学问题，数学实验，数学建模，小课题研究，专题总结报告等。作业结果的呈现形式也应是多样的，如习题解答、数学学习体会、数学小论文，研究、实验或调查报告等。

（三）模块（或专题）教学评价

高中数学每个模块学习时间约为 36 学时，修完模块并达到规定要求即可获得 2 学分。模块教学评价既属终结性评价，又属形成性评价，它属于整个高中数学学习的一部分。

模块评价同样包括测试性评价和非测试性评价。非测试性评价应根据成长记录和单元评价，对学生的数学基础知识、基本技能、基本方法、数学能力，情感态度、学习策略和学习潜能进行定性的评估。测试性评价应具有以下特点：

（1）内容的全面性。既要考察学生对数学概念的理解、数学思想方法的把握、数学思考的深度，又要考察学生探索与创新的水平以及应用数学解决实际问题的能力等。

(2) 导向的正确性。测试的重点应放在对双基的理解、掌握及综合运用的能力上,题型设计要全面、灵活,要注意控制难度。要通过题目引导学生透彻理解数学的本质,提高学习数学的积极性与主动性,逐步提高数学素养。

(3) 模块测试属于水平测试。学生只要达到基本要求即可过关。模块学业成绩由三部分组成:日常学习评价占 30%,单元测试占 20%,模块考试占 50%。总评按等级记录。

模块评价按等级记录,是为了淡化对分数的片面追求,强调质性评价和量化评价的有机结合,使学生注重过程、情感态度、策略等各个方面,克服终结性评价的片面性、不科学性,促进学生的数学素养和健康人格的发展。

其中,专题教学评价可参照模块教学评价进行。

新课程实施的过程是一个不断学习、探索、研究和提高的过程,在这个过程中,需要我们认真反思、独立思考、交流探讨、学习研究,在实践和探索中不断前进。

(四) 学业水平测试

按照“考查知识与技能,注重过程与方法,关注情感、态度与价值观”的原则,考查学生对基础知识的理解、掌握和应用的水平,以及基本的能力水平。

对数学基础知识的考查,要求全面又突出重点,对于支撑学科知识体系的重点知识,考查时要保持较高的比例,构成数学试题的主体。

对于数学思想和方法的考查要与数学知识的考查结合进行,通过数学知识的考查,反映考生对数学思想和方法理解与掌握的程度。考查时要有明确的目的,加强针对性,注意通性通法,淡化特殊技巧,有效地检测考生对数学思想和方法的掌握程度。

对能力的考查,以思维能力为核心,切合考生实际。运算能力是思维能力和运算技能的结合,它不仅包括数的运算,还包括式的运算,对考生运算能力的考查主要是算理和逻辑推理的考查。空间想象能力是对空间形式的观察、分析、抽象的能力,考查时注意与推理相结合。实践能力在考试中表现为解答应用问题的能力,考查的重点是客观事物的数学化,这个过程主要是依据现实的生活背景,提炼相关的数量关系,构造数学模型,将现实问题转化为数学问题,并加以解决。坚持“贴近生活,背景公平,控制难度”的原则,让数学应用问题的难度更加符合考生的水平,切合我省中学数学教学的实际。

1. 命题原则

(1) 基础性原则。普通高中数学学业水平测试依据《课标》,突出对学生基本数学素养的评价,命题时首先应关注高中数学中最基础、最核心的内容,即所有学生在学习数学和应用数学解决问题过程中最为重要的、必须掌握的基础知识、基本技能、

基本的数学思想方法。

(2) 适度性原则。普通高中数学学业水平测试的知识点采样要适当和均衡,对所考查的知识和基本能力应具有代表性,有一定的覆盖面,并能反映数学的主干知识。

题目设置要有一定的梯度,易、中、较难三类试题分值之比约为 7:2:1,以利于各种程度的学生能考出自己的水平。

(3) 整体性原则。试卷的布局应当科学合理,知识点的覆盖和难度结构应有整体安排,各模块所占分数的百分比与它们在教学中所占课时的百分比大致相同。

(4) 激励性原则。学业水平测试要着眼于学生的发展,在考查和诊断学生的学习状况的同时,激励学生的学习热情,发挥评价的激励作用,通过评价促进学生在原有基础上的提高,促进不同层次的学生得到不同程度的发展。

2. 命题范围

以教育部 2003 年颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》规定的必修课程内容,作为数学科试题的命题范围。

3. 考试形式

山东省普通高中学生学业水平考试采用闭卷笔试形式,试卷满分为 100 分,考试时间为 90 分钟。

4. 试卷结构

试题分选择题、填空题和解答题三种题型。选择题是四选一的单项选择题;填空题只要求填写结果,不要求写出计算过程或推证过程;解答题包括计算题、证明题和应用题。三种题型分数所占的百分比约为:选择题 45%,填空题 20%,解答题 35%。

试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分,第 I 卷为选择题,第 II 卷为非选择题。

三、新课程中常用的几种评价方式

1. 纸笔测验

纸笔测验是一种最传统最常用的评价办法。测验试题既可由教师命制,也可由教师与学生共同命制。试题分值与答题时间可根据实际情况灵活确定。

(1) 笔试命题要面向全体,注重差异,可针对不同层次的学生设置不同水平的试卷;要注意控制试题难度。

(2) 试题中的知识点覆盖面要广,要侧重于中学数学学科的重点内容和主要方法,尤其要突出数学主体内容的考查。若测量学生的高层次认知能力,则试题不一定要有固定答案。

(3) 命题时要关注三维教学目标在试卷中的体现,试题既要考查学生对基础知识

与基本技能掌握的程度，又要考查学生的思维方法和能力，同时还要注意对学生的个性品质进行考查。

(4) 针对不同层次的学生、不同难度的试题及不同教学内容的要求，笔试既可采用闭卷形式，也可采用开卷形式。

(5) 根据教学内容和教学时间，笔试分为单元达标测试、章节达标测试、期中测试与期末测试等。除期中、期末测试外，要鼓励学生选择先后不同的时间达标，要鼓励一次不达标学生申请二次或三次达标过关。

2. 作业评价

作业评价是课堂教学的延伸，也是教师及时了解学生对所学知识掌握情况最常用的评价方法。作业量的大小要因人而异，针对不同水平的学生可布置不同的作业。也可由师生共同设计作业，还可提供多套作业方案由学生自主选择。作业评价一般由教师评价、学生自我评价、学生互评三种方式组成。

(1) 教师评价：要求教师不论批改课堂作业、家庭作业还是评阅试卷，都要针对学生的学习情况，给与准确、带有激励性的评语，以激发学生的学习兴趣与热情。如：“你的思维真开阔！”“你写得真规范！”“你学习成绩真稳！”“你进步很快，凭你的能力一定能学好数学！”“你很聪明，继续努力成绩肯定会更好”或者只写个“好”字等。

(2) 学生自我评价：教师公布答案与标准（也可由学生集思广益得出），由学生根据自己的实际情况对自己的作业进行客观的评价。

(3) 学生互评：依据教师公布的答案与标准，对同伴的作业进行评价。互评时，要求学生要看到同伴的进步，要多看优点，要给同伴写出激励性的评语。

3. 即时性评价

即时性评价是对学生表现的随时随地的评价。运用好即时性评价可以使学生随时体验到成功的喜悦，极大地提高学生学习的兴趣与积极性。

(1) 借助“电话、电子邮件、家校联系单”等，使家长、教师随时对学生进行评价。家长可以把学生近期数学学习方面的情况通过上述方式反馈给老师，同时老师也可将学生在校的表现反馈给家长。家长与教师及时沟通，便于对学生的进步进行及时鼓励，对学生的不良倾向给予纠正指导，使学生始终保持良好的成长状态。

(2) 对学生在课堂上的表现进行即时评价。由教师评价、学生自评、学生互评三种方式结合进行。

教师评价：教师要善于课堂观察，随时抓住学生课堂表现的亮点，运用激励性语言（评语）对学生进行实事求是的评价。评语要具有明确的导向性，学生听后要懂得怎么做对，怎么做好，而不要模糊地说“非常好”“非常正确”“很好”等。教师要关注学生的差异，对不同层次的学生使用不同的评语。

教师在课堂观察时，不仅要关注学生知识、技能的掌握情况，更要关注学生其它方面的表现。课堂观察可采取随时记录一些重要信息的方式，也可以运用课堂观察检核表对学生进行比较系统的观察。根据实际需要，也可以关注学生突出的一、二个方面。对于观察到的情况，教师或给予鼓励和强化，或给予指导与纠正。

学生自评：根据教师公布的问题答案或其它学生的正确做法，学生对自己的表现进行评价。

学生互评：学生对他人的课堂表现进行评价。学生自评与互评可以有效地培养学生正确认识自己与别人的能力。

4. 成长记录

成长记录是显示有关学生学习的成就或持续进步信息的一连串表现、作品、评价结果以及其它相关记录和资料的汇集，它不只是收集学生作品的档案袋，而是更有意义地收集学生迈向课程目标的、与成长和发展相关的作品样本。采用此方式，可以反映学生学习数学的情况和成长的历程，增强学生学好数学的信心。成长记录的内容可以包含学期开始、学期中、学期结束三个阶段的学习材料。材料要真实并定期加以更新，使学生感受自己的不断成长与进步，这既有助于教师全面了解学生的学习状况，改进教学，同时也为教师实施因材施教提供了重要依据。

(1) 学生在成长记录袋中可以收录自己特有的解题方法、印象最深的学习体验、最满意的作业或试卷、探究性活动的记录、单元知识总结、提出的有挑战性的问题、数学小论文、最喜欢的一本书、自我评价与他人评价资料等。

(2) 成长记录袋中的材料应由学生自主选择，并与教师共同确定，根据本学段学生的特点，对于选择或更新的材料，要给予一定的说明。比如学生放入新的作业以代替原来的作业时，要说明理由，如果是因为这次比上次做得好的话，还应说明取得进步的原因。

(3) 教师要引导学生适时反思自己的成长情况，如实现了哪些学习目标，获得了哪些进步，自己作品的特征，解决问题的策略，还需要在哪方面努力等，并定期组织学生在班上进行展示和交流，使学生学会正确看待别人，不断反省自我，完善自我和超越自我。

建立数学成长记录可以使学生比较全面地了解自己的学习过程，培养学生对自己的数学学习进行监控的能力和负责的态度。

5. 表现性评价

表现性评价是让学生通过完成实验任务来表现知识和技能成就的一种评价方式，可以从“交流、操作、运动、概念的获取和情感”五个领域来反映学生的学习成效。教师可通过如下几种方式来实施：

(1) 开放性任务：为学生设置一个较为复杂、开放性的问题情境，让学生提出假设、对数学情境作出解释、计划解题的方向、创造一个新的相关问题或进行概括等，这不仅要求学生给出问题的解答结果，而且要求学生在完成任务中学会探索，使用各种方法，综合应用各种数学知识和技能，并且在具体的情境中及时调整以适应新的情境。

将学生置于一个真实的解决问题的故事和事件中是设计和开发开放性任务的最简单的方法，也是一个有效调动学生学习的积极性、促进其积极思维的方法。有些传统的与数学紧密联系的问题，其目的是要求学生练习和应用最近学的定理、法则或算法等，要善于对它们进行一定的改造，为我所用，帮助教师清晰、真实地了解学生的学习情况。

开放性任务的设置要依据学生的学习进度来进行，下面给出几项开放性任务供参考。

如学生学习了正弦函数、余弦函数与正切函数的图像、性质后，可设置这样的开放性任务：若规定 $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ ，试研究函数 $y = \cot x$ 的图像和性质。

再如学生学习了平面向量和直线的方程后，可分别设置：

- ① 利用平面向量的知识可以解决平面几何的哪些问题，其基本思路是怎样的，试举例说明。
- ② 用坐标思想能证明平面几何问题吗？若能，请探求其基本思路与步骤，并举例说明。

(2) 调查和实验：可以实地调查、问卷调查和实验室实验。学生通过实验或研究去直接感知和体验事物，促进心智的全面发展以及动手实践能力、解决问题能力的提高，有助于学生对数学内容的整体把握，加强数学与外部世界的联系，充分发挥学生的主动性、创造性以及在一个长期任务中坚持不懈的精神。也为我们对学生提出假设、分析和综合数据进行合理推断能力的考查提供了依据。

让学生进行调查和实验要结合教学进度来进行，下面给出几个调查和实验的例子，供参考：

- ① 调查你所在年级每班的学生生日情况，并利用概率的知识给与解释。
- ② 假设你的家庭要贷款购买新房，请你根据银行的贷款利率、你家庭的实际情况设计几种合理的还款方式。
- ③ 调查你所在城市的空气污染状况，并写出调查报告。

(3) 数学日记：数学日记不仅可用于评价学生对知识的理解程度，而且还可用于评价学生的思维方式。通过日记的方式，学生可以对他所学的数学内容进行总结，可以像和自己谈心一样写出他们自己的情感态度、困难之处或感兴趣之处。新课程强调发展学生数学交流的能力，而写数学日记无疑提供了一个让学生用数学的语言或自己的语言表达数学思想方法和情感的机会。而且，数学日记还可以发展成为一个自评报

告,评价自己的能力或反思自己问题解决的策略。从这个意义上说,数学日记有助于数学教师培养和评价学生的反省能力。

6. 网络式评价

有条件的学校可充分利用现代化信息工具,在电脑上创建班级网页,建立现代化的评价平台,这是一种较为快捷的评价方式。

(1) 由同学或教师制作班级网页,内容包括班级情况、任课教师情况(含教师的业务水平与工作能力介绍、获奖情况、家庭电话号码、电子邮箱地址等)、学生情况(含爱好、数学学习情况、获得的奖励、参加各种活动情况等)、每位学生心里话、同学寄语、教师寄语及个人档案等。

(2) 在网页上,学生可以互相查阅同学的档案,把自己与别人进行对照,激发学生的上进心和竞争意识。还可以在给自己的话中对自己进行评价;也可以同学之间互相送寄,互相评价;教师可以随时给学生“寄上”评语,家长与教师也可以互相发送E-mail进行交流。这种评价方式,不受时间与空间的限制,方法灵活,能增进家长、教师与学生之间的交流与沟通,共同促进孩子在学校、社会中健康成长。

7. 问卷法

问卷法是教师了解学生学习情况的一种常用方法,问卷编制的科学合理与否是成功实施评价的关键。教师要明确评价的情意变量是什么,以及这一变量的内部结构和外在表现是怎样的,在此基础上,编写出一系列封闭式或开放式问题,合成一套情意评价问卷发放填写,及时汇总分析,做出科学的决策。

8. 访谈法

师生之间的沟通和访谈是教师评价学生各种情意表现的有效方法之一。教师可以从与学生进行的个别访谈、团体座谈、公开讨论、或者偶尔的闲谈中了解他们的态度、兴趣或价值观等。这种方法让教师可以观察到学生的姿势、表情、声调,还可以通过追问要求学生澄清或具体说明对某些问题的看法,所以能更准确、深入地评价学生的情感态度与价值观。但要通过访谈有效了解学生的真实情意状态,教师要得到学生的信任,要保持温和、积极倾听的态度,要在访谈前准备大量清晰、简要的开放性问题,使学生能够大胆、充分地表露自己的想法。

9. 观察法

观察法是一项有目的、有计划、有组织的评价活动。活动中教师要有比较明确的评价目的,要制定具体的观察计划和观察指标,并认真做好观察的记录。观察时使用的记录或评价工具有检核表、评定量表、轶事记录等。

10. 评语

评语是用简明的语言叙述评定的结果。评语可用以补充评分的不足。对于难以用

分数反映的问题，可以在评语中反映出来。如学生的学习特点、兴趣爱好、主要优缺点、今后注意的事项等，都有可用评语来表述。评语无固定模式，但针对性强，它是教师根据学生的具体情况进行深入分析做出的评定。评语应力求简明扼要、具体，要多使用激励性语言，要反映出不同学生的特点，要避免一般化。

上述评价方式需要每位教育工作者在评价实施过程中有机结合起来，针对评价需要进行创造性地使用和灵活变通（可采用形成性评价与终结性评价相结合、相对评价与绝对评价相结合、他人评价与自我评价相结合、定性评价与定量评价相结合、单项评价与综合评价相结合等评价策略），形成一种科学、合理的评价机制，保证新课程评价理念的有效落实，使评价结果有利于树立学生学习数学的信心，提高学生学习数学的乐趣，促进学生的健康和谐发展。

新课程 教学实践与思考

【新课程实验心得】

面对新课程改革，高中数学教师应如何把握

德州市陵县第一中学 曲宪利

高中数学新课程无论从内容、结构还是定位上都发生了很大的变化，这就要求教师做出相应的调整。通过学习并结合自己的工作实践，笔者就“面对新课程改革，高中数学教师应如何把握”发表一下个人的见解，以期达到抛砖引玉的效果。

第一，准确把握新课程内容的变化

以现行人教B版理科配套教材为例，首先说一下新课程新加或强化的内容：

- (1) 逻辑中的全称、存在性命题；
- (2) 函数导数中的零点、二分法、分段函数、幂函数、定积分；
- (3) 三角中的和差化积、积化和差公式；
- (4) 概率中的几何概型、条件概率、二点分布、超几何分布；
- (5) 统计中的茎叶图、独立性检验、回归分析；
- (6) 算法；
- (7) 推理证明中的合情推理：归纳、类比；
- (8) 立体几何中的三视图、空间向量的应用。

删除或淡化的内容：

- (1) 函数中的反函数；
- (2) 圆锥曲线的第二定义；
- (3) 复数的几何意义；
- (4) 极限的概念。

看起来添多去少，但实际上，新课程对很多内容的要求都降低了，这一点老师们要注意。一定要多研究、对比大纲，多研究新课程高考题，看看究竟哪些地方发生了变化，做到准确把握新课程。切不可盲目教学，抓不住重、难点。下面以《算法》为例谈一下我教后的一些心得体会。

(1) 本章主要内容：算法概念，三种结构，四种描述（自然语言、数学语言、框图、SILAB 程序），古代算法案例；

(2) 本章涉及主要思想方法：分类讨论思想（算法的条件结构），归纳思想（循环结构），另外，算法本身也可以看成一种思想方法，贯穿高中数学始终；

(3) 用算法解决的一些具体问题：

a. 连加。如 $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$ ； $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots - \frac{1}{100}$ 。

b. 连乘。

c. 求函数值，又分一般函数、分段函数、区间等分点处等。

d. 按顺序排列。

e. 找出满足某条件的数或其他。如从若干个数中找最值；输出平方小于 1 000 的最大正整数；分别输出身高在 150 以下、150~170、170（单位：cm）以上学生的学号。

当然还有很多。这里，还想强调一点，就是要把算法教学渗透到其他章节，相辅相成。比如：

(1) 几何中的一些公式：如两点间距离、体积、面积等；

(2) 数列中的求项：如知递推公式和前一项或几项求其他项（如菲波那契数列）；

(3) 二分法求函数的变号零点。

通过《算法》这个例子可以看出，新课程新加内容有很多是非常有应用价值的，需要教师很好地去把握，顺应新课程改革，培养出更多的人才！

第二，准确把握新课程结构和定位的变化

新课程新加内容的价值自不必说，而原有某些内容的结构和定位也发生了新的变化，需要老师们领会设计者的意图。举几个例子：

(1) 概率放在了计数的前面，其初衷就是要把二者分开，不要把概率问题的重心放在计数上，要理解概率的涵义，抓住它的本质。

(2) 立体几何初步放在平面解析几何前，其目的是想让学生们培养初步的空间想象力及处理简单立体几何问题的能力。这些都是基本能力，对后续学习做一个好的积淀。

(3) 对斜率、函数、导数等基本数学概念的理解水平要求高了。

(4) 对《集合》一章的教学目标降低了, 教师上课时一定要把握好火候, 因为这是高中新课程的开始。

像上面 4 条(当然还有好多), 教师在今后的教学中要注意对其深浅的把握。

还有一点需要说明: 数学学习不只是会算数, 更要理解算理。想来这也是前些年应试教育逼出来的。数学知识究竟是什么? 难道只是会用它来解题吗? 比如导数, 大部分同学都“会”用它来解题, 但有多少同学能说出这样解的根据是什么? 说不出的关键在于没有理解导数的概念, “理”不清, 势必会影响表达能力。数学精神应该是这个样子吗? 我们要把孩子培养成只会用数学公式、定理等解题的机器吗? 融会贯通在哪里? 积极探索在哪里? 创新精神在哪里? 所以老师们在今后的教学中一定要加强对某些重要概念、定理、公式推导的教学, 使它们不再枯燥, 不再抽象, 运用不再生硬。在讲一般知识和具体问题时要注重对过程的分析, 培养学生探究新事物、独立解决问题的能力。能力提升了, 一切问题都好解决了!

同时也希望从事命题的专家、学者们要充分领会新课程教材的设计意图及内涵, 命出高质量的题目, 使教材内容与教师的教、学生的学、命题者的命题四者步调一致, 和谐统一!

第三, 整体把握, 融会贯通

课改后, 内容多了, 课时相对少了。教师如何从整体上把握教材, 做到融会贯通就显得非常关键。只有这样才会有的放矢, 备出高质量的课, 从而提高教学效率。下面就这个问题谈如下三点意见。

(1) 以函数、几何、向量、概率为高中数学知识主线, 突出它们在教学中的地位。

① 函数

a. 具体函数: 一次函数、二次函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数及相关的组合函数或简单复合函数;

b. 抽象函数;

c. 特殊函数: 数列;

d. 函数与方程、不等式。

② 几何

a. 解析几何: 直线与圆、圆锥曲线(椭圆/抛物线/双曲线);

b. 立体几何: 简单几何体、位置关系、度量关系(夹角/距离)。

③ 向量

a. 向量自身知识;

b. 向量的应用。

④ 概率

a. 计数;

b. 五种概率(古典概型/几何概型/互斥事件有一个发生/独立事件同时发生/伯努利概型);

c. 概率分布。

教师要对以上四条知识主线所涉及的内容领悟到位,分清主次。在授课时,一方面要突出它们的地位,另一方面也要考虑学生的实际接受能力。在高三总复习时,最好按这四条主线进行。

(2) 抓住高中数学研究的方向,做到融会贯通。

我们常要求学生做到融会贯通,试问我们当老师的都做到了吗?高中数学的知识点可以说成千上万,但仔细研究不难发现,很多知识点虽然不同,但它们研究的内容和方向是一致的。比若说,接触一个概念大都要从定义、表示方法、性质、关系、运算等方面研究,数、集合、函数无一例外;还有学习具体函数时,哪一个不是从定义、图像、性质依次研究的?再举一个例子,等比数列、函数的单调性、向量垂直它们是完全不同的知识点。但我们再想想,这三个知识点都要从正反两方面考查:证等比数列;知等比数列求相关量。证函数的单调性;知函数的单调性解决相关问题。这样的例子还有很多,我们只有在教学实践中不断钻研,相互交流,反复推敲,才能真正做到融会贯通,举一反三,触类旁通,提高驾驭课堂的能力。进而感染学生,使他们觉得知识不再繁多,不再凌乱,久而久之,必将做到融会贯通。请相信:没有教不会的学生,只有不会教的老师!

(3) 了解学生,吃透教材,循序渐进,备好课。

很多老师往往不注意这一点,造成严重超课时。比如高一讲《集合》,可能会涉及到含参二次方程和函数的问题,有的老师做了大量相关练习,拓展得很深,但许多学生听得一塌糊涂,使有些同学丧失学习数学的兴趣!试想,本来初中二次函数讲得就不深,学生们又才到了一个新的环境,还未完全适应,哪受得了呢?更主要的是第二章还有专门一节《二次函数》,用得着现在大做文章吗?备课不能只着眼于一节,而是要着眼于这一章、这一模块,甚至是整个高中教材。这一点,年轻教师要多学习,老教师要多改变。

下面以“立体几何”模块为例谈如何整体把握。

高中立体几何模块分必修和选修各一章。必修主要侧重对几何体的认知及纯几何论证,选修主要侧重空间向量在立体几何中的应用。如何把这两章捏合成一个整体,形成知识及思想方法主线呢?

① 基本概念、性质、公理、定理。这里不一一列举,它们是学好立体几何的基础,贯穿始终。

② 简单几何体的表面积和体积。这里面有些公式只要求给出会用而不需要掌握，希望老师们注意。

③ 空间向量自身的各种运算及相关公式（夹角、模等）。这些绝不能忽视，它们是后面应用的基础。

④ 位置关系：

a. 论证平行

类别	思想方法
线线平行	几何法、一般向量法（两方向向量平行）
线面平行	几何法、一般向量法、法向量法（直线的方向向量与平面的法向量垂直）
面面平行	转化为线面平行、法向量法（两平面的法向量平行）

b. 论证垂直

类别	思想方法
线线垂直	几何法、一般向量法（两方向向量垂直）
线面垂直	转化为线线垂直、法向量法（直线的方向向量与平面的法向量平行）
面面垂直	转化为线面垂直、法向量法（两平面的法向量垂直）

(5) 度量关系

a. 夹角

类别	思想方法
线线角	几何平移法、一般向量法（两方向向量所成的锐角）
线面角	几何法、一般向量法、法向量法（直线方向向量与平面法向量所成锐角的余角）
面面角	几何法（如三垂线定理法等）、一般向量法（注意方向）、法向量法（两平面的法向量所成的锐角或钝角，视图而定）

b. 距离

类别	思想方法
两点	几何法、一般向量法（求模）
点线（平行线间）	几何法、一般向量法（转为投影的长度）
点面（线面、面面）	几何法（作、证、求或等体积）、法向量法（转为斜线段在法向量上投影的长度）

从以上 5 条线不难看出，知识与思想方法的融合与统一，比如涉及到“面”的，都可以用法向量法解决。知识是载体，思想方法是核心。另外，对这一模块的学习还要注意对两个方法的把握：几何法解题需要注意步骤的完整（作、证、求）及清晰性；向量法解题需要注意计算的精确性、公式的熟练性及还原的合理性。

第四，打造高效课堂，真正体现学生是主体

学生存在的一些不良学习行为，如没有兴趣、没有信心、不积极主动等，这与老师的教学方式密不可分。要想改变学生，不如先改变我们自己。这里仅就如何改进课堂教学，打造高效课堂，谈一下个人的看法或做法。

(1) 重视引入环节。

要想激发学生学习的兴趣，提高课堂效率，引入的质量至关重要。引入的形式有很多，可以是开门见山式、复习提问式、话题引入式等等。老师们一定要在这个环节上动一番脑筋。引入得好，会从课堂一开始就促发学生的求知欲，所以绝不能忽视。比如讲《函数的奇偶性》这一节，若是直接从 $f(-x) = -f(x)$ 或 $f(-x) = f(x)$ 引入，学生一定会觉得很抽象，不容易接受。但是我们若是从简单函数如：正比例函数 $y = x$ 与二次函数 $y = x^2$ 的图像引入，再研究 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系，图像的对称性。这样，学生们会觉得很形象，容易接受，接下来的环节就容易开展了。再比如讲《二分法》这一节，先举一个能分解因式的三次函数求零点，学生做完后，再举一个不能分解因式的。提出问题，怎么办？一定会激发学生学习这一节的兴趣。

(2) 循序渐进，浅入深出。

通过准确把握本节在整个高中数学中的位置及地位，逐层展开教学，层层推进，层层深入。切不可在讲一个知识点或一道例题时盲目地拓展，只顾着自己“表演”，而忽略了学生的接受能力。学生要有一个接受新知识的过程，随着知识的积累，练习的增多，他们会慢慢领悟，这时老师可以就某一个题“浅入深出”，适度拓展也为时不晚。

(3) 增加课堂新元素，培养学生自主学习能力。

老师一讲一节课，学生只在下面充当听众的授课模式绝对要不得了。实施素质教育后，数学的课时少了，我们不可能有那么多时间去讲授。这就要在课堂上注重对学生自主学习能力的培养。比如：

① 讨论。可以由老师提出问题，让学生们分组讨论（小组成员可以离开原座位凑在一起），最后由每个组的代表发言，再由老师汇总、点评，并激励他们。课上这样做，其他时间学生也会这样做。讨论交流的学习形式真的很重要！

② 自学。即老师先不讲，完全由学生自学某节（本节难度不宜大或内容不宜为纯定义运算性的），然后让不同层次学生上黑板做几道典型题。由老师或学生点评，突出要点，再回归课本知识，效果也不错。自学，不仅为学生创造了自主学习的环境，也提高了他们的学习积极性。

③ 让学生讲。在某一阶段（比如复习课），可以让每一名学生都登上讲台讲授，再由老师或学生补充、指正。时间长了，学生会觉得学习不过如此，因为没有人不想讲好。这样不仅增强了他们的信心，更关键的是开发了他们的自主探究和创新能力。

综合以上3点，新型的教师应该由知识的传授者向点拨者转变，由课堂教学的操控者向引导者转变，真正突出学生的主体地位，打造高效课堂，还主动发展的空间于学生。

第五，关注学生，全方位评价，激发每一位学生全面发展

一定要摆脱传统“师道尊严”观，建立新型合作交流式的师生关系。教师要主动拉近和学生的距离，逐步摆脱一部分学生的“恐师症”。多与学生交流，常深入到学生中间，全面关注学生的健康发展。师生互亲互信，一定会取得好的教学效果。

绝不能只关注学生的考试成绩，学生平时的作业情况以及课堂上回答问题的表现等都可作为激发点。要知道学生在学习过程中体现出来的情感、态度、价值观以及合作精神都可以成为优秀的品质，而这些品质对将来的发展是非常有必要的。再一点，老师要尊重每一名学生的个性发展，切忌打造出的都是“同一个模子的产品”，从而泯灭学生的个性。老师要因材施教，因势利导，客观对待差异，引入新的评价机制来激发每一名学生的发展。

以上五点是我对新课改的认识和体会，难免有不妥之处，还有待在今后的教学实践中不断学习、不断钻研、不断探索、不断创新、不断改进、不断积累，也请大家多指导！新课程给每一名教育工作者提供了新的自我展示的舞台，“心有多大，舞台就有多大”！让我们齐心协力，共同探讨出一条课改后的新路，为新课改的顺利开展做出自己应有的贡献！

课程改革 须从“我”做起

淄博第六中学 徐 涛

在新一轮基础教育课程改革中，“研究性学习”、“教师专业发展”、“校本课程”等各种各样的改革方案，似乎强烈影响着我们原本熟悉的教育环境，对于这些具体观点和方案的研究与评述也是汗牛充栋，令广大教师目不暇接。转眼之间，来自四面八方的对教育和课程的意见越来越多，对改革的内容和方式也显现出众声不一的态势。整个教育界，不论是通过理论还是实践，大家都在行动。教育课程改革的发展，需要教师摆脱旧观念的束缚，准确把握新课程标准的结构特点、思想体系、精神实质、实施方案，用实际的教学活动实践新课程、实施新课程、落实新课程。

教师应该做好充分的心理准备，用新的理念，树立推动新课改的良性发展的责任意识，转变自己的教学观，及时活化并定位自己的新角色，以适应新课程改革的大潮。

因为只有我们教师站在与学生面对面的第一线。以下结合自己的教学实践谈谈我的思考和几点做法。

（一）对教材合理使用，主动研发新的教学资源

新教材形式新颖，图文印刷清晰、精美，文字优美动人，导语引人入胜，翻开它令人耳目一新，对学生有很强的吸引力，且强调 STS 课程设计思想，内容大为更新，极具时代感，并注重知识与实际生活的联系、应用，向社会及高科技领域渗透。新教材内容的学习已经不只是“文本课程”（大纲、计划、课本），而更是“体验课程”（被师生实实在在地体验到）。它意味着在特定的教育环境，每一所学校，每一位师生对给定的内容都有自身的解读，使给定的内容转化为“自己的课程”，把教学过程变为学生与老师共同参与课程开发的过程。

1. 合理恰当地使用教材

在教学活动中，教师要从教学实际情况出发，大胆地改革教材，将一些不符合或不贴近学生生活实际的内容改为学生生活中经历的内容，从而降低学习的难度，提高学生的学习兴趣和学习效率。

例如：对必修课程与选修课程的关系及具体内容的界定不够清晰的问题。

高中几何分为“立体几何”和“解析几何”两部分。“立体几何”又包括“立体几何初步”和“空间中的向量与立体几何”两部分内容。其中，“立体几何初步”以三个载体（三视图、直观图、点线面的位置关系）帮助学生认识空间图形及其位置关系，建立空间想象能力，并在几何直观的基础上，初步形成对空间图形的逻辑推理能力。这对于只希望在人文、社会科学发展的学生来说，已经达到基本要求，而对于希望在理工（包括部分经济类）等方面发展的学生，还需要学习“空间中的向量与立体几何”，这部分内容借助向量定量地处理空间图形的位置关系与度量问题。向量既是几何对象，又是代数对象，还有很好的物理背景，自然成为搭建几何和代数联系的一座桥梁。再例如函数性质中的单调性及最值的讨论，无论文科还是理科，都要学习导数，利用导数容易对此内容进行理解，所以在高一时，没有必要对这两部分内容进行过多的讨论，让学生掌握方法就可以了。

又如，如何看待“课时不够”的问题。

课程标准和教材固然有值得商榷之处，但反思我们的教学，恐怕有些原因还是出于自身。不少教师习惯参照高考命题，对某些知识点延拓加深。原来教学相对较少、课时较多，可以这样做。但新课程对内容的处理和教学要求与原有大纲有较大不同，如果仍继续保持原有习惯，课时量就可能不够。又如，过去习惯要求学生完成教材全部习题（包括练习和复习题），但新教材却有些习题很多学生不会做，于是有人认为

教材习题太难。事实上,高中数学课程标准要求,数学课程要适应个性选择,使不同的学生得到不同的发展。为了适应这一要求,教材将习题编成三种层次,供学生选做,因此有些习题有的学生不会做也不奇怪,这说明要改变过去的某些观念。例如“集合”,课标要求4课时,与原教材相比,时间显然不足。这需要将集合部分在新课程中的定位弄清楚,从概念与表示、相互关系、基本运算三个方面进行教学设计,时间就够用的了。

在教学中,教师应关注不同内容定位的差异,遵循《标准》对不同内容的要求,避免在必修课程要学生达到选修课要求,加重负担的情况出现。因此,教师要深入研究高中数学课程标准,整体把握好新课程的教学要求。

2. 适度引入多媒体

《基础教育课程改革纲要》要求大力推进信息技术在教学过程中的应用,明确指出“逐步实现教学内容的呈现方式、学生的学习方式,以及教学过程中师生互动方式的变革。充分发挥信息技术的优势,为学生的学习和发展提供丰富多彩的教育环境和有力的学习工具”。新教材改革的目标之一就是教材立体化,今天的教材早已不限于课桌上的纸介质的书,而是要以文字教材为主体,音像教材和电子教材为两翼,并向网络教材发展。文字材料没有必要、也不可能承担教材的所有功能,多媒体、立体化的教材更生动、更形象、更活泼,便于教师指导,有利于学生自主探索和研究,对培养创新精神和发展实践能力大有裨益。

我们认为,在数学教学中运用多媒体信息技术的价值及信息技术本身的重要性与各行业中的应用不能划“等号”,更不能使课堂成为Powerpoint“展示会”。心理学告诉我们,学生记忆材料以视觉加工为主,孩子更喜欢生动直观、色彩缤纷的知识。因而多媒体教学的流行势不可挡,几乎所有的教师都能制作出较好的课件。这种兼声、形、画于一体的课件确实可吸引学生的注意力,但有的教师为增加课件的美感,而将许多无用图片、信息充斥于课件间,一堂课整个就是幻灯片展览,学生看到的只是些纷繁芜杂的漂亮图片,却难以获取重要信息,这就导致主次不分,重点难以突出。有些教学内容恰当地运用信息技术手段,可以收到良好的效果;有些则不然。多媒体信息技术的运用应作为传统的教学方式辅助的教学手段。在教学实践中,我适时、适当地进行了选择。

例如,运用几何画板演示“指数函数图像的性质”,体验“指数函数爆炸式增长”,使学生通过有限的“屏幕”,形象直观地感受到了无穷远处的性质,很方便地解决了传统教学的一大难题。在讨论 A 、 ω 、 φ 对三角函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像的影响时,我和我的同事一起研究开发的Authware课件,可以通过改变三个参数得到连续变化的不同图像,使得学生能够迅速形象地牢记该知识点。

又如,第二模块立体几何,画图很浪费课堂时间,课堂效率不高,尤其是对新教师是个挑战。起初部分新教师商议是否可用多媒体教学,既可以做到方便快捷,提高课堂效率,还可使学生有新鲜感,从而激发其学习立体几何的兴趣,同时也避免了新教师画图基本功不过硬的问题,不致出丑。表面看来似乎是理由充分,一举多得,但经过备课组集体讨论得出结论:这样做弊大于利。因为高一学生刚开始接触立体几何,空间立体感普遍不强,传统的教学方式可以使学生的立体感在老师一笔一划的板书中得到感知、模仿和锻炼,而空间想象力在立体几何题目中是重点考察的内容,也是要求学生必须加以培养、强化和具备的能力。因此,传统的教学方式在这一模块的作用是多媒体教学所无法替代的,最终,我们选择了“传统”教学手段,基本功的问题也由新教师的苦练得以解决。

3. 研发校本课程

新课改要求学校可以根据实际状况因地制宜地开发校本课程,要求教师在教学过程中要以研究者的心态置身于教学情境,不断反思教学,提升自我,尽快使自己从“教书匠”迈入“研究者”的行列,以研究者的眼光审视和分析教学实践的各种问题,对教学资源进行研究和开发。

在此精神的指导下,我们学校主管领导、各教研组经过讨论反思、反复研究,针对新课改带来的配套资料不到位的问题,率先提出各学科以教研组为单位,组织老师们编写校本教材,将新课改校本课程的开发定位在对已有的国家课程内容的拓宽丰富及学生能力的提升上,做好新教材外延内涵的拓展工作。

具体做法是:一方面,在教材提供素材的基础上,根据学科特点和新教材内容实际,对原有教材进行“二次开发”,即搜集给定的课程内容或与之紧密相关的信息和资料,丰富知识的内容,提高趣味性;另一方面,根据学生的实际水平、掌握状况和实际的教学状况及进度,以新教材为主线,围绕各种培训和新教材内容,对网络资源和旧教材的相关资料进行筛选、编写,自选自编自己的校本资料。这样既丰富了教材内容,开发了自己的校本资料,又解决了没有恰当的课后习题的问题,并且为以后的教学工作做了准备和铺垫。我们认为这才是真正的因时、因地制宜。

目前,各学科的校本课程编写工作正在有条不紊地进行,务求真正做好校本课程的研发工作,将校本课程的编写落到实处。新课改下的教师应该善于反思教学,投入研究,付诸行动,为行动而研究,在行动中研究,使我们的研发工作更明确、更扎实、更切合实际、更持久。

(二) 学会终身学习,树立大教学观

新课程倡导探究学习与学生综合能力的培养,重视学科在实际生活中的应用,这

就需要教师树立以终身教育为信念的价值观，打破学科壁垒，打破区域界限，促进学科融合，具有宽广豁达的胸怀，能适应多种环境，善于挖掘各类资源，成为各学科的“通才”，树立积极开放的大教学观。

1. “学”无止境

教师是学校的主体力量，在新课改的教学活动中起着举足轻重的作用。教师作为学生学习的引导者，要向学生提供真正理解社会的钥匙，引导其学习，促使其终身学习。因此，教师应该具备较高的引导水平，并且首先自己要进行终身学习，不断提高自己综合素质，使自己具备广博的知识基础、娴熟的教育教学能力、优良的个性品质和过硬的政治思想素质。这就要求教师始终处在终身教育的大环境中，不仅要学习专业知识、科学文化知识，还要学习政治知识、实践知识，以不断丰富和提高自身教书育人的水平，从而“教好书”。

切不可“知足常乐”，满足于现状。教师可能会因此觉得自己的课前功夫减少了：有如此多新奇有趣的知识吸引学生学习，我还用煞费苦心的到处找课外材料增加课堂的趣味性吗？其实不然，一名教师只有拥有足够深厚的知识底蕴才能对各方面的知识驾驭自如。有一位教育者说过：“要给学生一杯水，教师就要有一桶水”，而新课改的观点却是：“要给学生一杯水，教师要是一泓流淌不止的泉水”。

2. 情感激发

教师要学会适时利用教材内容对学生进行情感教育和价值观教育，通过与学生的交流、沟通，多方式、多渠道地激发学生的学习动力和学习热情，最终“育好人”。

务必摒弃“谈话教育”是班主任、辅导员的工作，与自己关系不大的狭隘的教学观。在教学实践中，我深刻地感受到思想情感教育的巨大作用。在一次讲解《随机变量的期望与方差》习题时，某题结论为“两单位工资的均值相同，如果你希望不同职位的工资差距小一些，就选择甲单位，反之，可选择乙单位”之后，我话锋一转，“方差的大小说明的是不同单位工资的分散（集中）程度，在实际生活中，任何单位的工资待遇都有高低之分，期望与方差只能帮助我们分析问题，而不能带来高待遇，我们能够依靠的只有我们自己，因为命运掌握在我们自己手中。同学们，努力吧！”此时，下课铃响起，我注意到很多学生眼神里流露出澎湃和共鸣。在一阵掌声中，我走出教室，可留给学生的却不仅仅是一个题目，还有对未来人生的规划。

3. 数学生活化

《数学课程标准》还指出：教师应该充分利用学生已有的生活体验，引导学生把所学的数学知识应用到现实中去，以体会数学在现实生活中的应用价值，学习数学知识，是为了更好地去服务生活，应用于生活，学以致用。即根据日常生活中的问题创设情境，同时重视利用学生的生活实际经验和已有知识来学习新知，密切数学与生活的联系，拉近学生与数学的关系，拓宽数学教学的内容及学数学的必要性，使学生能

在数学的氛围中学习、生活,使学生获得学习的满足感,有利于使学生建立一种大数学观,培养学生学以致用的学习价值观。在教学过程中,设计一些贴近生活的题目,可以培养学生运用所学知识来解决实际问题的能力。

例如,在学习了《统计与概率》之后,我们设计这样一个题目,要求学生随机抽出两篇英语阅读材料,统计出 a、o、e、i、u 五个英文字母的出现频率,验证英文字母的频率稳定性,并结合数学教材的阅读材料《密码与概率》,写出研究报告及心得体会。出乎意料的是,很多学生得出结论后,对学数学的必要性产生了最亲切的认识,对数学产生了强烈的学习渴求。

又如,学习《推理与证明》时,习题处理时采用“往糖水里加糖”的方式来揭示不等式“ $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$ ($a > b > 0, m > 0$)”的特点,学生印象也很深刻。

当然,时时刻刻地创设生活情境,难免有些牵强,教师应该充分利用学生的生活经验,努力挖掘生活素材,设计出“生活化”的学习材料,使数学贴近学生生活,让学生自然进入亲身体验的境界,进而主动地、愉快地探索、交流,从而消除对数学的恐惧感,增强数学情感,提高学习效率,培养自主探究能力,发展应用意识,提高数学素养。数学教学只有与生活实际相联系,有丰富的现实背景做后盾,才有学生创造的广阔天地。

时代给了我们机遇,教育给了我们机会。新课程改革赋予学校、教师及学生以更大的自主权,只要充分发挥教师们的集体智慧,认真体会新课改的理念,合理把握新教材,做到恰到好处,就能创造出更多对教学切实可行的好方法,发挥出新课改应有的功用,使学生从中受益。就让我们“博学之,审问之,慎思之,明辩之,笃行之”,在关系民族未来的教育领域探索出更远、更宽广的道路。

学案导学, 先学后教

——打造高效课堂策略研究

山东青岛第五十八中学 甄丽娟

(一) 实施背景

2009 年新学期随着山东省新课程改革进一步的推进,素质教育进入一个新的发展时期,课程设置与课时规定越来越规范,如何提高课堂教学效率,如何鼓励学生自主学习已成为当前教学中面临的主要问题。学生的学习主体地位越来越凸显出来。为适应新的改革形势,我校不断探索提高课堂教学效率的方法,并加入了全国中学学科联体的课题研究,确定了我校全员参与的子课题《新课程理念下课堂教学无效低效行为

的排查与对策》，把教学设计的出发点定为：学生是学习的主人，一切为学生的自学需要服务。在多方学习、调研的基础上全面实施了“学案导学，先学后教”的教学模式。通过教师有效的“导”，促进学生积极的“学”，培养学生自主学习能力和主动学习的积极性。

（二）什么是“学案导学”

所谓学案导学，是指以学案为载体，以导学为方法，学生的自主学习为主体，教师的启迪引领为主导，师生共同合作完成教学任务的一种教学模式。

现行导学案是建立在教案基础上，经过老师精心设计的一种辅助和引导学生预习和课堂自主学习的方案。导学案使学生在老师的指导下逐步达到自主学习和主动学习的目的，为课堂教学的有效性奠定基础，逐步提高学生的预习和自学能力，逐步由被动学习转变向主动学习。

从“教案”到“学案”的转变，其本质是教学重心由教师如何“教”转变为学生如何“学”，把教师的教学目标转化为学生学习的目标，把学习目标设计成学习方案交给学生。

（三）五大优势

使用“学案导学”有五大优势。一是学生真正成为学习的主人，能够最大限度地挖掘每个学生的自学能力，让他们在按“导学案”的要求预习、探究的过程中，自学能力得以提高，自我价值得以体现，学习品质得以优化。二是保证了课堂教学的大容量，切实提高了课堂教学效率。一份学案在手，目标明确、问题集中，可以丢开辅导资料，便于教师打开思路，根据课堂落实需要灵活使用多媒体辅教手段；学生思维容量大，不必忙于抄写，围绕问题专注思考和讨论，学与教、做与思配合紧密，切实提高学生的课堂时间利用率。三是有效促进教师专业化发展。“以学定教”，教师的主要任务是解决学生自学后的疑问，课堂上的生成会远远大于预设，这就要求老师的备课比以往要更精细，更全面，让“每节课都是精品”成为可能，在学案导学的过程中不知不觉加快了教师的专业化成长。四是实现了学与教的统一，教与学的“相长”。上课前一天下发导学案，学生按导学案的要求预习后，在相关栏目填写自己的学习疑问和学习心得。上课前老师要抽查下发的导学案，根据学情，调整教学重点内容，老师“教”的都是学生最需要的。另外，教师课后在学案的有关栏目或空白处根据课堂学生的学习反应和出现的问题填写课后反思，用于下次集体备课时小组交流，查漏补缺。真正实现了学与教的统一，教与学的“相长”。五是能帮助学生构建知识结构体系，形成自己的学习资料库。每节课的学习目标明确，知识点条理清晰，掌握起来更系统；笔记本、练习本、作业本合为一体，还有为学生提供适当的学习方法指导，复习时一目了然，系统的学案就是一个很好的学习资料库。

(四) “学案导学”的备课模式

备课的基本流程：集体备课—轮流主备—优化学案—课后备课。

(1) 集体备课：我们充分利用每周的大集备时间由备课组长提前一周召集全体组员就下一周内所要讲的内容进行说课，着重围绕如何确定教学目标，选择教学方法，设计教学流程，分析学生情况等方面内容，将内容进行分工。

(2) 轮流主备：“日集备”、“先行课”，是我校教学工作的一大特色。在集体研究的基础上每人再发挥各自的潜能，设计学案，每人出一张。“日集备”时，由主备教师说出“导学案”的编写意图，全组进行研讨修订，通过“先行课”再作调整。

(3) 优化学案：上课前一天将“导学案”发给学生，正式上课前收齐后适度批阅，任课教师对“导学案”再次进行阅读理解和补充完善。（这是根据班级学生情况，教师的个性化发挥）

(4) 课后备课：师生共用“导学案”实施课堂教学，课后教师在“导学案”的有关栏目或空白处填写“课后记”，用于下次集体备课时小组交流，为以后的教学提供素材。

(五) 说说我们实施“导学案”的过程

(1) “导学案”编写面临的困难。

编写学案，说起来简单，真的要做好困难很多。教师的时间都非常紧张，上课、备课、批改作业、辅导学生连轴转；数学老师几乎都当班主任，管理班级要占去大量时间；数学学科的学案编写面临符号多、函数图像难画、微机操作困难；每位老师的水平、风格存在差异问题。虽然困难摆在面前，但是打造高效课堂的方向不能改变，必须提高自身水平，加强集体备课，发挥集体力量，使“导学案”顺利实施。

(2) “导学案”的编写没有最好，只有更好。

随着“导学案”的实施，问题不断地暴露出来。

① 学案的设计有问题，例如：版面不美观，留给学生的做题空间太小，学习反思的空间也太小等，后来我们就反复比较形成现在的模式（现在的设计模式附到后面）。

② 怎样指导学生自主学习？上课怎样讲解？与以前授课的具体区别在哪里？如果还和以前一样讲，那还要劳心费力地编写“导学案”干什么？这些都是问题，也成为我们每天“日集备”的话题。我们不断地讨论，不断地总结，不断地实验。老师们深深感觉到，编写一份好的学案，需要集备组各位成员的集思广益，因此现在的大集备显得尤为重要。每天我们需要进行上一轮的总结，下一轮的分工，认真根据《课标》分析教材，同时结合学生的实际情况对每节课要讲的内容和难度进行统一把握，根据

对学生的充分了解,在编写导学案时从知识、技能到运用循序渐进,层层深入。老师们知道,自己编写的学案质量越高,别人使用起来越感觉轻松一些,所以大家严格要求自己,克服一切困难,编写学案时精益求精。我们始终遵循“导学案”的编写没有最好,只有更好的原则。

学案的编写包括学习目标、课前预习、问题探究、规律总结、知识拓展、课后巩固等环节,同时,学习重点、学法指导贯穿其中。一般设计为课前预习—课堂探究—规律总结—知识拓展四大板块。

“导学案”包括的内容有:学习目标、学习重点、学习难点以及不同课型的不同项目,例如,新授课有:情境导入或知识回顾、新课导学、典型例题、课堂训练、变式引申、课堂自测、学习反思、作业等。

习题课有:知识回顾、典型例题、分级训练、当堂自测、小试牛刀、学习反思、作业等(当然,也可以根据具体课型适当调整)。

由此看来,一份学案就是一个集体智慧产出的过程。

(3) “学案导学”进入实施阶段。

我们了解到,现在大部分学生离开老师的指导不知道该学什么,该怎么学,主要表现在不制定学习计划,坐等上课,课前不预习,或预习不认真,对老师要上课的内容不了解,上课忙于抄题、记笔记,不认真听讲,不积极思考问题,课堂笔记几乎是老师上课的“实况录像”。利用“学案导学,先学后教”的教学方法,能让学生了解当堂老师要讲的内容,有效地指导学生进行自主学习,培养学生自学能力和提高课堂教学效率。另外,在“学案”中老师还可以根据情况整合知识,加强课堂容量,对于难以理解的知识,结合课件进行展示,充分打造高效课堂。

实施阶段初期,我们把“学案”在授课前一天发下去,让学生提前预习。开始还行,后来随着知识的加深以及知识的综合,发现学生水平存在差异,有一些同学跟不上了,老师上课指导学生学习较难操作。我们又想办法,根据不同的课型先发一张情境导入(或知识回顾)、新课导学、典型例题卡,这些内容让学生提前预习(展示学案)。

这样的好处是:

利用情境导入:引导学生认真看书了解知识的渊源,并初步得到解决问题的方法。

知识回顾:我们采用的是用简单的题目将上节课的知识进行巩固提高,并要求学生去总结从中学到的知识,或用已有知识解决了哪些问题。这样学生不但能完成预习,还能把知识印到脑海中,从而提升学生的自学能力。

新课导学、典型例题:在这一环节中,我们将已学习过的知识或方法与本节联系较为密切的新的知识用题目的形式让学生提前“小试牛刀”,激发学生进行自主探究

的兴趣,提高学生学习数学的积极性。另外,老师及时批阅,发现问题,与提前估计和了解的情况结合起来再在第二张学案中补充。这样,第一能使充分利用课堂时间巩固提高已有知识,第二能使教师更有目的地指导学生学习新知识,第三有利于培养学生“定时训练”和应变能力使学案更具有针对性,以便更好地引导学生课上完成学习任务,将存在的问题有效解决。

(4) “导学案”模式的设计意图。

我们的导学案设计成表格形式的意图是:即美观又实用(见后面的学案)。学习札记部分,一方面是学生记录上课时师生对知识的进一步的解读,自己的进一步理解,知识的拓展,错题改错,错因解读,多种解题方法等;另一方面,记录教师在编写时遇到的需要说明的问题或者是需要引起学生重视的知识等,用“导学案”代替了错题本、笔记本等,最后形成一本很好的复习资料。另外,我们很重视学习反思,引导学生认真对待,养成每节课后必反思的习惯。

通过批阅发现学生反思的内容有:学习态度方面的、学习方法方面的、知识积累方面等。例如,高二(8)班陈俞光同学说:“先学后教,印象深刻”。高二(7)班王峰同学说:“提前预习一定要跟上,否则知识就断开了,很难学会当天的知识,课堂的时间也就浪费了”。高二(8)班刘忠晓同学说:“今天我又学到了一种新的解题思路……”。高二(12)班江洋同学说:“先学后教,上课听讲很有针对性,自己探究的思路、方法与同学、老师比较有什么区别,好在哪,差在哪,心中有数,在以后的学习中要多加注意”。

(六) “导学案”的使用要求

为了更好的使用“导学案”,经过实践我们对学生、老师提出如下要求。

对学生的要求:

(1) 根据“导学案”内容认真进行课本预习。所有学生必须自行解决“导学案”中基础题部分,学有余力的同学可以做拓展题,生疏或难以解决的问题应做好标记,第二天与同学交流或在课堂上向老师质疑。

(2) 课堂上注意在学习札记等有关栏目做好学习方法和规律的笔记,学完一课后及时填好“导学案”的课后反思,使所学知识“堂堂清”“日日清”等。

(3) 将“导学案”及时整理,装订成复习资料,以便今后复习。

对教师的要求:

(1) 认真指导学生使用“导学案”,在上课前必须抽批部分“导学案”,以便了解学情,再次进行课前备课,以学定教、灵活使用。

(2) 课堂教学时要充分发挥课本的范例示范作用,要随时把握学情,灵活进行调

控,努力做到以学生为主体,学生自己能解决的问题坚决不讲,新知识放手让学生主动思考;重点、难点让学生议论;问题让学生思考解答;教师只讲学生的疑点,引导学生总结规律、提炼方法,最大限度地减少多余的讲解和不必要的指导,确保学生有足够的学习和训练时间。及时写好教师的课后反思,用于下次集体备课时小组交流。另外,教师还要不断的提升自己,做到教学相长。

(七) 实施体会

经过一段时间的实际试验,导学案的生命力体现得淋漓尽致,也充分显示了其重要性,它在实际教学中具有很强的可操作性。它的运用,既节省了老师的时间,又目标明确,还适合培养学生的自主学习。“学案导学,先学后教”极大地提高了学生自主学习和合作探究能力。

下面是对学生调查问卷的反馈。

使用导学案对你学习有哪些帮助?

(1) 没有导学案前我们没有预习的习惯,有了导学案可以督促我们课前预习,课堂上能更好地与老师配合,提高了听课的效率。

(2) 每节课的学习目标明确,知识点有条理地列出,使我们思路更清楚,知识掌握起来更系统。

(3) 重难点、易混易错点明确列出,预习有针对性,听课有侧重点,对重点知识理解得更深刻。

(4) 省去了许多记笔记的时间,能够有更多的时间听老师讲课,提高了课堂的时间利用率。

(5) 笔记本、练习本合为一体,复习时一目了然,方便查阅。

总之“学案导学,先学后教”为打造“高效课堂”提供了一种很好的教学模式。

(下面附导学案一份)

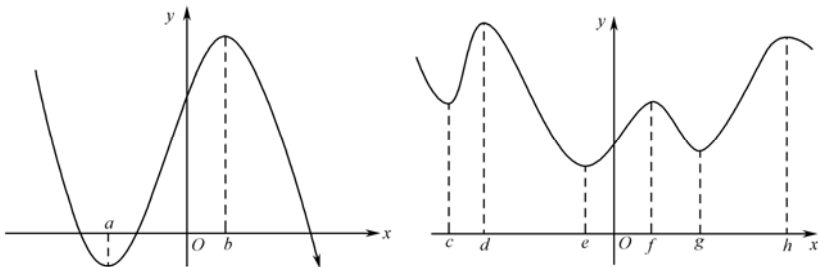
(新授课) 人教A版选修 2-2 1.3.2 函数的极值与导数 (1 课时)

设计: 甄丽娟 审核: 张笋

【学习目标】 结合函数图像,了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件;会用导数求简单函数的极大值、极小值。

【学习重点】 求函数极值。

【学习难点】 取极值的条件的充分性和必要性。

课堂探究		学习札记
<div>一、情境导入</div> <p>观察下面两幅函数图像，在 a, b, c, d, e, f, g, h 等点的函数值与这些点附近的函数值有什么关系？函数在这些点处的导数值是多少？这些点附近的导数符号有什么特点？</p> <div></div> <p>总结：函数 $y = f(x)$ 在点 $x = a$ 的函数值 $f(a)$ 比点 $x = a$ 附近其他点的函数值都小，我们把点 a 叫做函数 $y = f(x)$ 的_____， $f(a)$ 叫做函数 $y = f(x)$ 的_____。</p>		试类比写出函数极大值点和极大值的定义
<div>二、例题精讲</div> <p>例 1 求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的极值。</p> <p>变式引申：求下列函数的极值。</p> <div><div>(1) $f(x) = 6x^2 - x - 2$</div><div>(2) $f(x) = x^3 - 27x \ (x \leq 2)$</div></div>		

$$(3) f(x) = 6 + 12x - x^3$$

$$(4) f(x) = x^3$$

例2 设 $x = -2$ 与 $x = 4$ 是函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 的两个极值点

(1) 求常数 a, b ;

(2) 试判断 $x = -2$, $x = 4$ 是函数 $f(x)$ 的极大值还是极小值, 说明理由。

三、课堂训练(限时 10 分钟 1-6 题)

1. 若函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ ($-2 < x < 2$), 则 $f(x)$

A. 极大值为 5, 极小值为 -27

A. 极大值为 5, 极小值为 -11

C. 极大值为 5, 无极小值

D. 极小值为 -27, 无极大值

2. 已知函数 $f(x) = x^3 - px^2 - qx$ 的图像与 x 轴切于 $(1, 0)$, 则 $f(x)$ 的极值为

A. 极大值为 $\frac{4}{27}$, 极小值为 0

B. 极大值为 0, 极小值为 $\frac{4}{27}$

C. 极小值为 $-\frac{4}{27}$, 极大值为 0

D. 极小值为 0, 极大值为 $-\frac{4}{27}$

3. 设 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, 则 $f(x)$ 的极大值点和极小值

点分别是

A. -2, 2

B. 2, -2

C. 5, -3

D. -3, 5

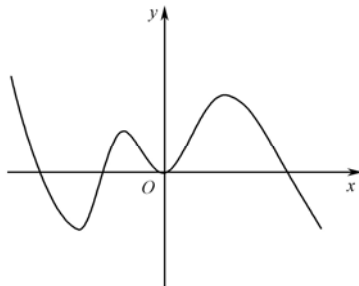
4. 函数 $f(x)$ 的定义域为 (a, b) , 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内的图像如右图所示, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内有极小值点。

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



<p>5. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$，且 $f(x) > 0, f'(x) > 0$，那么函数 $y = xf(x)$。</p> <p>A. 存在极大值 B. 存在极小值</p> <p>C. 是增函数 D. 是减函数</p> <p>6. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (a+6)x + 1$ 有极大值和极小值，则 a 的取值范围为</p> <p>A. $-1 < a < 2$ B. $-3 < a < 0$ C. $a < -1$ 或 $a > 2$ D. $a < -3$ 或 $a > 6$</p> <p>(学生板书 7-9)</p> <p>7. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3bx + 3b$ 在 $(0, 1)$ 内有极小值，则 b 的范围是_____。</p> <p>8. 曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4\ln x$ 上切线斜率的极小值点为_____。</p> <p>9. 曲线 C: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 关于原点成中心对称，$y_{\text{极小}} = f(1) = -\frac{2}{3}$</p> <p>(1) 求 $f(x)$ 的解析式 (2) 求过点 $(3, 6)$ 的曲线的切线方程</p>	
<p>四、作业</p> <p>1. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$，$f(x)$ 在点 $x = 0$ 处取得极值，并且在单调区间 $[0, 2]$ 和 $[4, 5]$ 上具有相反的单调性。</p> <p>(1) 求实数 b 的值 (2) 求实数 a 的取值范围</p> <p>2. (2007 年山东高考试题) 设函数 $f(x) = ax^2 + b\ln x$，其中 $ab \neq 0$。证明：当 $ab > 0$ 时，函数 $f(x)$ 没有极值点，当 $ab < 0$ 时，函数 $f(x)$ 有且只有一个极值点，并求出极值。</p>	

五、学习反思	
--------	--

构建和谐课堂 培育创新花朵

——问题、探究、反思、强化教学策略探讨

山东临沭一中 胡文涛 杨方红

（一）现状分析

（1）长期以来，中学数学教学一直沿袭以教师为中心，以课堂讲授为主的传统教育模式，在这种灌输式的教学模式中，教师充当知识的来源，教师在课堂上讲什么学生就记什么，教师在前面领跑，学生在后面模仿，学生围着教师转。这种教育模式限制了学生积极性和主动性的发挥，严重束缚了学生创新意识和创新思维的形成。

（2）在今年北京两会期间，北京十一中学校长李希贵说，他曾做过一个调查，让中小学生列出自己最喜欢的十个地方。“非常遗憾，没有人喜欢学校；我还让孩子们列出学校里最喜欢的十个地方和十项活动，又让我非常遗憾，没有人喜欢课堂和教室。这是我感到特别沉重的一件事。”这说明了什么？说明学生对我们的学校、教室、课堂不感兴趣。爱因斯坦说过：“兴趣是最好的老师。”只有愿学、乐学才能学好数学。所以数学教学应激发学生的学习兴趣，注重培养学生自主探究、合作发展的意识，发展学生探究的能力，这样才能促使学生进行深入的思考，提出更富挑战性的题目去研

究、去探索，在不断进步的过程中，学生的数学素质才能逐步得到提高，创造能力才能得以升华。

（二）策略探讨

高中新课程的改革，山东省素质教育的大力推行，一路走来，可谓是酸甜苦辣，五味俱全。我们深知素质教育是深化教育改革的主旋律，课程是实施素质教育的主要载体和基本途径，课堂是实践新课程的主阵地，是实施素质教育的主渠道。为了使素质教育得到有效地实施，就必须优化课堂教学，优化课堂教学模式是优化课堂教学的重要因素。如何将这一教育理念在教学中具体实践呢？通过教学探索和借鉴课改先进地区的做法，我们探索出适合我们学生发展的“问题、探究、反思、强化”的教学策略。

1. 模式流程

问题情境、明确目标、自主探究、设疑质疑、合作探究、释疑解惑、课堂反思、拓展引申、巩固训练、强化知识。

2. 具体操作方法

（1）问题：创设问题情境，明确学习目标。

问题是科学研究的出发点，是开启任何一门科学的钥匙，没有问题就不会有解释问题和解决问题的思想、方法和知识。学生在教师引导下提出问题，自主探索、独立思考、创造性分析解决问题、创造性学习，这样的课堂中可以提高学生分析问题、解决问题的能力。但是学生在尝试进行问题提出的过程中，常常难以把握问题提出的出发点，这就需要教师进行启发引导。从生活情境入手，或者从数学基础知识出发，把需要解决的问题有意识地、巧妙地寓于符合学生实际的基础知识之中，把学生引入一种与问题有关的情境之中，激发学生的探究兴趣和求知欲。合适的问题情景会产生“四两拨千斤”的作用，我们常用的创设问题情境的主要方法：复习与本节内容有关的知识进行联想、猜测、类比、归纳、推理，合理地提出问题；通过语言描述，以讲故事的形式引导学生进入问题情境；利用照片、图片、实物或模型；利用录音、录像、电脑动画等媒体创造形象直观的问题情境。例如：在 2008 年临沂市高中数学优质课比赛中，一等奖获得者吴霞老师讲的课题是《不等关系与不等式》，在课堂的开始吴老师先用电脑向学生展示三鹿牛奶盒子（当时正是三鹿牛奶被查出含三聚氰胺过量），然后设计以下问题让学生思考与探究。

问题 1：三鹿牛奶中的蛋白质含量 a 不少于 2.9%，用不等式表示为_____。

问题 2：蛋白质中氮的平均含量 N_1 为 16%，三聚氰胺中氮的含量 N_2 为 66%，则 N_1 与 N_2 的不等关系为_____。

问题 3: 卫生部等 5 部门公告中规定: “液态奶中三聚氰胺的限量值为 2.5mg/kg , 高于 2.5mg/kg 的产品一律不得销售。” 据此, 若符合规定的液态奶中的三聚氰胺的含量为 $x\text{mg/kg}$, 则 x 应满足的不等关系式是_____。

这样的问题情景不仅提高了学生的学习兴趣, 而且学生在回答这三个小问题后, 不难找出它们的不等关系, 并能在此基础上提出新的问题, 从而逐渐进入本节课主题——不等关系与不等式, 吴老师的课之所以能获得一致好评, 应该归功于她对问题情景的成功设置。

(2) 探究:

① 自主探究, 设疑质疑。质疑是创新的开始, 一个好的问题比一个好的回答更有价值。在人的心灵深处, 都有一种根深蒂固的需要, 这就是希望自己是一个发现者、研究者、探索者。美国心理学家布鲁纳告诉我们: “教学不能是讲解式的, 不当使学生被动地接受知识, 而应当让学生自主地把事物整理就绪, 使自己成为发现者”。因此, 我们要给学生以足够的时间和空间, 让每个学生围绕问题情景提出问题, 自己决定探究的方向, 用自己的思维方式自由地、开放地探究数学知识的产生和发展的过程, 并在理解知识的同时提出自己的问题, 再由教师根据教学中的重点、难点及知识的关键处整理学生的问题, 由学生进行合作探究。

② 合作探究、解惑释疑。由于不同的人对事物的认识角度不同, 因此每个人对于同一事物会有不同的认识。通过课堂上小组学生的交流, 每个人不仅可以弄清自己在自学过程中未能解决的问题, 同时还能弥补自己在探索过程中认识上的不足。小组合作探究一般七人一组对问题进行互相讨论、互相补充、互相学习, 每个同学在组内都发表自己的见解。小组合作学习的同时教师要进行调控, 不要使合作探究变成几个学习程度好一点的学生的探究, 充分发挥生与生之间的互补作用, 为全体学生, 尤其为学习较差的学生提供更多更好的课堂参与机会, 并将个人独立思考的成果转化为全组、全班共有的认知成果, 达到知识共享, 从而培养学生的群体意识及合作能力。对小组学习中出现的各种结果, 运用分析、比较、讨论等方式进行集体交流, 促进学生自我思考、积极交流、融会贯通, 在各自得出的结论之间建立联系, 以求得最佳的答案, 并达成共识、得出满意的结论; 同时建立生生、师生之间多维互动的合作交流方式, 并充分发挥生生、师生之间的互补作用, 使学生真正参与到自主解决问题的全过程。在合作交流时教师要尊重学生的异见、宽容学生的误见、鼓励学生的创见、发扬学生的主见, 要重视学生在相互交往中表现出的尊重、沟通、包容、成果分享、互补、竞争的氛围, 从而培养学生的合作意识和交往能力。

(3) 反思: 课堂反思、拓展引申。

反思是学生学习的“发动机”。学然后知不足, 即使是成功的课堂学习, 也难免有疏漏、失误之处。著名数学教育心理学家斯普根在谈到直觉思维与反省思维时说:

“直觉思维当然很重要”，“但是在数学活动中，更重要、更高级、更多的是反省思维。”对于学生而言，最重要的就是会对问题进行反思，会对由问题得到的结论进行反思，只有反思才能把新知识纳入自己的知识体系当中，可以这样说，即使是学生自己的活动，甚至是学生忽然而至的灵感和直觉，都只有经过反思才能真正的产生作用，才能帮助学生达到“悟”的境界。

（4）巩固：巩固训练、强化知识。

巩固训练是数学教学过程中学生实践的主要形式，是掌握知识、形成能力的重要手段；它除了巩固所学知识以外，还起着强化思维训练、强化能力发展等方面的作用。因此，精心设计练习是发展学生创新能力的重要手段。教师要根据学生的实际及教学内容面向全体学生精心设计同步、有层次、有梯度的练习题，有助于学生运用学法和迁移学法，自主解题并自觉检验，鼓励发散思维；同时培养学生思维的流畅性、多变性和独创性，要特别关注解决问题的探究过程，关注应用意识和实践能力的培养。

“问题、探究、反思、强化”这一教学模式，是以学生为本的教学，有利于培养学生的创新意识、创新精神和初步的创新能力。但是培养学生的创新意识、创新精神和初步的创新能力并非一朝一夕之功，只有坚持把学生真正放在主体地位，不断优化教学结构、教学方法、教学手段等来最大限度地调动学生学习的积极性，培养学生的主动性和创造性，就一定能让她们学会学习、学会合作、学会竞争、学会创造，就能发掘学生个体的自我潜能，为培养出高素质、高技能的创新人才打下扎实的基础，从而使我们的教学越来越成功！

附 方程的根与函数的零点教学设计

（一）教学目标

1. 知识与技能

（1）结合二次函数的图像，判断一元二次方程根的存在性及根的个数，从而了解函数的零点与方程的根的联系。

（2）理解并会用函数在某个区间上存在零点的判定方法。

2. 过程与方法

自主发现、探究实践，体会函数的零点与方程的根之间的联系。

3. 情感、态度、价值观

在函数与方程的联系中体验数学转化思想的意义和价值。

（二）教学重点与难点

重点：体会函数的零点与方程的根之间的联系，掌握零点存在的判定条件。

难点：探究发现函数零点的存在性。

（三）教学程序与环节设计

- **问题情境、明确目标：**结合温度的连续变化和方程部分的数学史，应用熟悉的一次函数、二次函数引入课题。注意突出知识的实际背景和知识探究过程，贴近学生生活经验和兴趣。
- **自主（合作）探究、释疑解惑：**现代数学教育的基本理念认为，数学学习是现实的，动手实践、自主探索是数学学习的重要形式。通过小组讨论完成探究，教师恰当辅导，引导学生大胆猜想出函数零点存在性的判定方法，判定函数零点存在性的一般规律。
- **课堂反思、拓展引申：**通过师生共同反思，优化学生的认知结构，把课堂教学传授的知识较快转化为学生的素质。
- **巩固训练、强化知识：**引导学生思考如何应用结论来解决相关的具体问题，使学生更深刻地理解数学思想方法在解题中的地位和作用，同时反映教学效果，便于教师进行查漏补缺。

（四）教学思想

“将课堂还给学生，让课堂焕发出生命的活力”是本节课教学的指导思想，充分发挥教师的主导作用和学生的主体作用。

（五）教学过程与操作设计

1. 创设问题情境、明确学习目标

问题 1：山东临沂某天早晨六点的温度是 -3°C ，下午二点的温度是 14°C 。在这段时间内，假设温度是均匀变化的，问：

- (1) 是否存在某时刻的温度为 0°C ？
- (2) 能从数学的角度来解释这一现象吗？
- (3) 能计算出具体时刻吗？

设计意图：当温度均匀变化时，温度随时间的变化图是一条直线，学生能够根据已知条件发现直线一定与 x 轴相交，求出相应函数的解析式，最终得出一次函数图像

与 x 轴的交点和相应方程的根的关系，为一般函数及相应方程关系作准备。

生：由学生自己解决，教师适当点拨，引起学生学习兴趣。

数学文化：

(1) 在人类用智慧架设的无数座从未知通向已知的金桥中，方程的求解是其中璀璨的一座。虽然今天我们可以从教科书中了解各式各样方程的解法，但这一切却经历了相当漫长的岁月。

(2) 我国古代数学家已经比较系统地解决了部分方程的求解问题，如约公元 50 年—100 年编成的《九章算术》，就给出了求一次方程和二次方程根的具体方法。

问题 2：求下列方程的根

(1) $3x+2=0$ ；(2) $x^2-5x+6=0$ ；(3) $\ln x+2x-6=0$ 。

师：给学生适当的建议，引导学生自主解方程。

生：自主思考完成解答，(1)(2) 两题较易，(3) 学生现有知识不能解决。

设计意图：情境设置符合认知规律：从具体到抽象，从学生熟悉的经验和有兴趣的问题开始。由简单到复杂，使学生认识到有些复杂的方程用以前的解题方法求解很不方便，需要寻求新的解决方法，让学生带着问题学习，激发学生的求知欲。

2. 自主（合作）探究，释疑解惑

问题 3：若将上面特殊的一元二次方程推广到一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$) 及相应的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 的图像与 x 轴交点的关系，上述结论是否仍然成立？

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
一元二次方程根的个数			
二次函数图像与 x 轴交点个数			
二次函数图像与 x 轴交点坐标			

生：学生观察、思考、总结、概括问题 3 得出结论，并进行小组交流。

设计意图：问题 3 的设置有利于培养学生思维的完整性，也为学生归纳方程与函数的关系打下基础。把具体的结论推广到一般情况，向学生渗透“从最简单、最熟悉的问题入手解决较复杂问题”的思维方法，培养学生的归纳能力。

函数零点的概念：对于函数 $y=f(x)$ ，把使 $f(x)=0$ 成立的实数 x 叫做函数 $y=f(x)$ 的零点。

辨析练习：函数 $y=x^2-2x-3$ 的零点是（ ）

(a) $(-1,0), (3,0)$ (b) $x=-1$ ； (c) $x=3$ (d) -1 和 3

生：利用辨析练习，来加深学生对概念的理解。目的要学生明确零点是一个实数，

不是一个点。

师：引导学生得出三个重要的等价关系，体现了“化归”和“数形结合”的数学思想，这也是解题的关键。

方程的根与函数零点的关系：方程 $f(x)=0$ 有实数根 \Leftrightarrow 函数 $y=f(x)$ 的图像与 x 轴有交点 \Leftrightarrow 函数 $y=f(x)$ 有零点。

师生：归纳求函数零点的方法：代数法、图像法；

师生：完成例题，共同总结解题步骤。

例1 求函数 $f(x)=\lg(x-1)$ 的零点。

变式练习：求下列函数的零点

(1) $f(x)=x^2-5x+6$; (2) $f(x)=2^x-1$ 。

问题4：①函数 $y=f(x)$ 在某个区间上是否一定有零点？

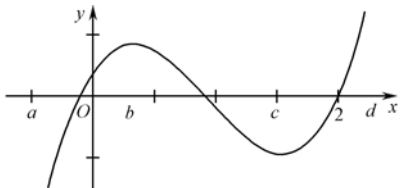
②怎样的条件下，函数 $y=f(x)$ 一定有零点？

(1) 观察二次函数 $f(x)=x^2-2x-3$ 的图像：

① 在区间 $[-2,1]$ 上有零点___； $f(-2)=$ ___, $f(1)=$ ___, $f(-2) \cdot f(1)$ ___0 (<或>=)；

② 在区间 $[2,4]$ 上有零点___； $f(2) \cdot f(4)$ ___0 (<或>)。

(2) 观察下面函数 $y=f(x)$ 的图像



生：结合函数图像，思考、讨论、总结、归纳得出函数零点存在的条件，并进行交流、评析。

师：引导学生结合函数图像，分析函数在区间端点上的函数值的符号情况，与函数零点是否存在之间的关系。

① 在区间 $[a,b]$ 上____(有/无)零点； $f(a) \cdot f(b)$ ___0 (<或>)。

② 在区间 $[b,c]$ 上____(有/无)零点； $f(b) \cdot f(c)$ ___0 (<或>)。

③ 在区间 $[c,d]$ 上____(有/无)零点； $f(c) \cdot f(d)$ ___0 (<或>=)。

生：通过小组讨论完成探究，教师恰当辅导，引导学生大胆猜想出函数零点存在性的判定方法。这样设计既符合学生的认知特点，也让学生经历从特殊到一般的过程。

师：引导学生得出函数零点存在定理，并理解分析其中各条件的作用。函数零点存在定理：一般地，我们有：如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图像是连续不断的一

条曲线并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，那么函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点，即存在 $c \in (a, b)$ ，使得 $f(c) = 0$ ，这个 c 也就是方程 $f(x) = 0$ 的根。

3. 课堂反思，拓展引申

反思：结合问题 4 和函数零点存在定理反思以下问题。

- (1) 从这一结论中可看出，函数具备了哪些条件，就可断言它有零点存在吗？
- (2) 如果函数具备上述两个条件时，函数有多少零点呢？
- (3) 如果把结论中的条件“图像连续不断”除去不要，又会怎样呢？
- (4) 如果把结论中的条件“ $f(a) \cdot f(b) < 0$ ”去掉呢？
- (5) 若函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点，一定能得出 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 的结论吗？
- (6) 在什么样的条件下，可以确定零点的个数，零点的个数是惟一的吗？

函数零点存在的判定结论，是函数在某区间上存在零点的充分不必要条件，但零点的个数需结合函数的单调性等性质进行判断。结论的逆命题不成立，通过六个问题使学生准确理解零点存在性定理。

反思效果检验：① 已知函数 $f(x)$ 的图像是连续不断的，且有如下对应值表，则函数在哪几个区间内必定有零点？为什么？

x	1	2	3	4	5	6
0	20	-3.5	-4	2	5	-1.3

② 函数 $f(x) = x^3 - 3x - 2$ 在区间 $[-3, 3]$ 上是否存在零点？若存在零点，能确定零点的个数及大小吗？

设计意图：本题比较灵活，既可以用零点存在定理，又可以转化为方程、因式分解后求根。目的有二：一是通过确定零点的大小，体会一分为二的思想，为下一节二分法做铺垫；二是再次体会方程函数的转化思想。

通过师生共同反思，优化学生的认知结构，把课堂教学传授的知识较快转化为学生

4. 巩固训练，强化知识

巩固学生所学的新知识，将学生的思维向外延伸，激发学生的发散思维。

试一试：(1) 求函数 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ 的零点个数；

(2) 你能判断出方程 $\ln x = -x^2 + 3$ 实数根的个数吗？

课外活动

教材 P97：练习 1, 2；

教材 P101：阅读与思考《中外历史上的方程求解》。

整体观点下的“空间几何体”单元教学的思考

山东师范大学附属中学 孙萍

在高中数学课程标准实施的过程中,立体几何部分内容的变化成为教育研究者和一线教师关注的一个焦点。同以往的教材相比,新课程标准立体几何部分无论在内容选择、目标要求还是内容编排方面都发生了很大的变化。

作为教师,应该了解课程标准中对于立体几何部分发生重大变化的初衷,以及这种变化想要达到的目标。此外,还应关注国际上各个国家课程改革的动向,思考各个国家对于学生培养目标的共同点,哪些值得我们学习借鉴。比如国际学生评价项目 PISA (Program for International Student Assessment) 对于几何部分的考查就是放在学生的空间观念上,逻辑思维能力不是其主要考查内容。PISA 出的题目灵活性大,学生有交流讨论的空间,能考查学生不同层次的思维水平。只有这样,在实际教学中,才能够在整体把握好这一章教学目标的基础上,根据教学内容的不同特点调整自己的教学策略和方法,更好的培养学生的数学能力,提高学生的数学素养。

立体几何教学的中心目标应该是培养学生的空间观念及发展几何直觉,并能对几何图形进行实验操作。按照 ICMI 的观点,“几何作为一种理解、描述和联系现实空间的工具,也许是数学中最直观、具体和真实的部分”。学生在他的一生中将面对具体的对象、具体的关系、具体的变换,它们可以分别形象地表现为几何的对象、几何的关系、几何的变换。通过这种生动的类比,学生应具有建立实际情况的几何模型,用概括化的数学方法去解决问题的几何素养。此外,创造活动的一个重要因素就是直觉。一方面几何直觉在数学活动中常常起着关键作用,代数分析中出现的众多几何术语表明:在某种意义上,几何的直觉已经渗透到一切数学领域中,甚至在那些看来几何是无所作为的领域内,几何直觉仍然保持有强盛的生命力。另一方面,随着计算机的普及,几何语言(如图形、表格、图像等)已经成为日常生活中一种重要工具,从而也为几何直觉在其他领域的广泛迁移提供了条件。因此,立体几何教学的中心目标应培养学生的空间观念和几何直觉,发展学生的空间想象能力和识图、画图的能力,为学生进一步受教育及走向社会做好知识和能力的储备。逻辑思维能力培养的途径是多方面的,数学的其他内容也能培养学生这方面的能力,不能把几何的学习,公式化为枯燥的定理的证明与单调的计算。

对于高中数学新课程标准“立体几何初步中”1.1节“空间几何体”部分的设计,要充分利用几何自身的特点,培养学生的空间观念和动手操作的能力。相比1.2节及其选修部分,教师感到比较难处理的部分是1.1节,这和教学习惯有关。教师比较习

惯每天上完课学生都有相对应的习题作为作业以巩固知识，而第一节的内容可操练的习题少。很多教师在实际的教学中，前面的内容进行得很快，到了面积体积计算这一部分就开始了大量的计算练习。甚至有的学校干脆把 1.2 节的内容提前讲，然后讲 1.1 节。如果采取这样的方式处理，那么 1.1 节作为培养学生数学素养来讲十分重要的内容没能发挥应有的作用，不能不说是莫大的遗憾。笔者试从培养学生数学素养的角度出发，对 1.1 节内容的教学提出自己的看法。

1. 开始立体几何教学前，布置学生进行一个小型的调查

让学生去观察发现日常生活中不论是建筑还是日常用品的形状是怎样的几何体？可以归为哪种几何模型？这样设计出于怎样的考虑？

PISA 评价对数学素养的描述中特别提到：“能够辨别和理解数学在现实世界的作用”；“并能用不同的方式使用数学及参与数学活动”。通过这种作业，先引发学生对生活中的几何知识进行关注，然后在课堂上把生活中的实际物体转化为空间图形，并研究它们的性质。这样可培养学生用数学的眼光观察世界的习惯，逐步培养学生主动参与数学活动的意识。由于先经过了自己的思考，在教师讲解时，学生会有反思的意识。

2. 对于“投影与直观图”的教学，要采用多种方式培养学生识图、画图的能力

“投影与直观图”这一节的教学对于培养学生怎样把现实中的几何体转化为平面上的图形，并通过研究图形的性质来分析现实几何体的相关内容的能力起到了很重要的作用。在教学中，应采取不同的形式，利用实物模型与学生讨论相结合的方式，帮助学生建立空间观念。教师可以出一些开放性的题目，引发学生的讨论。比如：两个相邻的正方体只能面连接在一起，若用 3 个正方体，能形成多少种不同的几何体？若用四个正方体，能形成多少种不同的几何体？画出相应的三视图与直观图。

教师还可以让学生自己提供实物模型，让大家画图。或者是让学生设计给定三视图，画出直观图。尽量用多种方式、多种方法进行教学，引发学生的兴趣，培养学生的空间观念。

3. 培养学生数学的阅读习惯，引导学生阅读一些与几何学习有关的书籍与资料

在教学中，教师教育观念的开放并鼓励学生学习方式的开放才能有效地提高学生的数学素养，真正做到用“教材教”，而不仅仅是“教教材”。教师应该成为学生探索科学世界的领路人，而不能仅仅是现有知识的传播者，这样才能使学生成为终身学习者，成为一个有建设性的想法、能主动反思、能与人交流合作的有现代社会生活素养的人。教师可以引导学生阅读一些与几何学习有关的阅读材料，比如由上海教育出版社出版的英国戴维·韦尔斯著的《奇妙而有趣的几何》；华东师范大学出版社出版的俄国沙雷金著的《直观几何》等。可以采取读书报告会、数学论文评比、小组汇报成

果等多种方式来激发学生阅读的兴趣,改变数学学习以课本为主,练习册为学习材料的单调枯燥的方式,把学习数学的主动权交给学生。

4. 发挥几何软件在教学中的作用

鼓励学生利用几何画板、智能立体几何等软件探求几何图形的性质与规律,主动探求几何的奥秘。数学技术的动感显示及绘图功能可以使思维过程视觉化,比如“数学实验室——立体几何”软件,可随意推理验证你给出数学假设的正确性甚至还可以制作数学 CAI 课件、编程实现所需的数学处理。图形计算器和数学软件的应用产生的效果往往出人意料。例如 Vincent 于 1998 至 1999 年间通过对 12 名 7、8 年级学生的定性和定量研究后发现:使用“几何画板”使几何学习变成了几何试验,使得学生的几何思维水平有了明显的提高,更为重要的是改变了学生的几何观,几何不再是公理定理证明的集合,而是动态的试验与发现过程。

在立体几何的教学中,可以让学生利用几何画板或者数学实验室的软件,展示课本中的有关结论和方法,分析几何图形的性质与规律,还可以利用计算机画出几何体的图像,体会多彩的几何世界,激发学习几何的兴趣。

5. 开展项目学习活动,提高学生实际操作能力

项目学习是一套能使学习者在一定的指导下,对真实世界主题进行深入研究的教学模式。学习者围绕具体的项目活动主题,以完成某一种或多种产品为目标,充分选择和利用最优化的学习资源,在探索、体验、操作、制作等实践活动中,获得较为完整而具体的知识,形成专门的技能并促进各项能力的发展。项目学习具有真实性、开放性和实践性的特点。

针对立体几何的特点,在教学中可以开展一些相应的项目学习活动。华东师范大学出版社组织的 2006 年“快乐数学”夏令营活动中有些项目学习活动可以给我们很多有益的启示。在“多姿多彩的多面体”的项目学习中,教师向学生展示各种各样的多面体,学生要通过观察,简单的几何推理设计多面体的展开图,制作这些多面体,并与大家分享多面体制作的方法,挖掘作品中的数学知识。其后,教师展示如下的多面体,让学生观察,并说说这些多面体的组合方式。



学生对多面体观察并做出猜想后,教师可以用多媒体信息技术向学生展示动态的多面体,从而初步验证他们的猜想。其后,让学生制作这些新的几何体,并能根据学到的方法设计制作自己的几何体,从而做到学以致用。

项目学习方式以真实的情境为问题的出发点,并在解决过程中需要学生有效地交

流与合作。若只让学生把几何学习单纯的理解成解决各种给定的题目，那么学生至多是题目的解法或是思路上有些改变，这和参与实践活动中解决问题需要进行的思考完全是两个层次的，因而在教学中开展相关活动是很有必要的。

总之，在“空间几何体”这一单元的教学中，应注重学生整体素养的培养。在教学中，注重引导学生去发现和研究生活中的数学现象，并能通过课外书及其计算机的作用深化对于课本所学知识的认识；通过相应的项目学习活动，提高学生解决问题的能力，在动手实践及其活动交流中提高自己的数学素养。

“算法初步”教学浅谈

青岛胶南市第三中学 刘乐勇

人教A版必修3教材相对集中地介绍了算法的基本思想、基本结构和基本语句等。“在本模块中，学生将在义务教育阶段初步感受算法思想的基础上，结合对具体数学实例的分析，体验程序框图在解决问题中的作用；通过模仿、操作、探索学习设计程序框图表达解决问题的过程；体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性，发展有条理的思考与表达的能力，提高逻辑思维能力”（《普通高中数学新课程标准》）。算法可以说是贯穿整个中学数学内容的一条主线，因此，教学中要将算法思想渗透在其他模块内容的教学中；反过来，也应从算法角度去重新认识函数、方程、不等式以及在几何上涉及到的位置关系、度量关系等等。“毫不夸张地说，算法既是数学科学的重要基础，也是计算机科学的核心。”因此，该部分内容教学的重要性不言而喻。

1. 从整体上把握算法思想的含义，加深对这一思想重要性的认识

教材中所涉及的算法，通常是指可用计算机来解决某一类问题的程序或步骤。这些程序或步骤首先具有整体化的方案，其次具有程序化的结构，并具有可操作性、有限步骤及普适性的特征。算法一方面具有具体化、程序化、机械化的特点，同时又有抽象性、概括性和精确性的特点。其实质是将人的思维过程处理成计算机能够一步一步执行的步骤，进而转化为一步一步执行的程序。算法的学习让学生认识到要有计划、有步骤地一步一步去完成一件事，同时也培养了他们有条理地思考和数学化地表达思考的能力。

算法的基本思想是程序化思想，通常有顺序结构、条件结构和循环结构三种基本结构组成。而三种基本结构中蕴涵了比较深刻的思想：顺序结构反映的是“step by step”的分步推进思想，即把解决问题的方法步骤化，一步一步地执行；计算机区别于其他

机械的能力就来自于对算法做判断和按判断的结果行动的能力,反映在条件结构是“先判断、后执行”的思想;而循环结构是将一个复杂的问题简单化,即通过一个循环结构来完成。例如,二分法、辗转相除法、秦九韶算法等都包含循环的思想。如何计算 $S=1+2+3+4+\cdots+100$? 这里先设置一个变量 S 来记录和,再设置一个变量 i 来记录项数,这个程序要实现递推,用到 $i=i+1$, $S=S+i$ 等语句,蕴涵的是“递推”的思想。

算法既重视“算则”,更重视“算理”,学习算法重要的是“算理”。框图是表示算法的好形式,是算法的核心部分。在绘制框图的过程中,要做好以下几方面的事情:一是要明确算理;二是确定变量;三是按照算理和自然语言的描述去绘制算法框图。

由于算法思想贯穿整个高中数学内容之中,有很丰富的层次递进的素材,而在算法的具体实现上又可以和信息技术相联系,因而,算法有利于培养学生理性精神和实践能力,是实施探究性学习的良好素材。

算法是思维的条理化、逻辑化。培养学生的逻辑思维能力不仅可通过几何证明、代数运算等手段来进行,还可以通过算法设计的学习来完成。

算法的思想,不仅仅用于数字计算,它可以广泛地描述许多操作过程。可以分为数值性和非数值性两种类型。例如,填报志愿的步骤,农夫、羊和白菜过河问题,分油问题等。

2. 澄清几种认识,改进几点做法

(1) 由于受高考指挥棒的影响,广大师生会对这一章的教学给以足够的重视。因为凡是在高考中涉及的内容,只要到了高中教师手里,都会把重量加大加重,往往与课标的要求相去甚远,将部分内容简单处理成程序语言的学习和程序设计,让学生过早地纠缠于程序的编写和调试。而本模块的主要目的是“使学生体会算法的思想,提高逻辑思维能力。”

(2) 有的教师认为这些内容缺乏“数学味”,属于信息技术课程的内容。特别是,目前的高考出题受到很大的限制,不重视该知识的教学,或者只重视“高考能出题、有法考”的内容,随意删减内容、减少课时。

(3) 进行算法的教学不能脱离计算机程序设计。这是因为,我们要讲的算法是“用计算机来解决某一类问题的程序或步骤”。在条件允许的学校,要使其能在计算机上实现。算法教学必须通过实例进行,使学生在解决具体问题的过程中学习一些逻辑结构和语句,应鼓励学生尽可能上机尝试,在尝试中认识掌握程序语言的基本算则。“注重信息技术与数学课程的整合”是新课程基本理念之一。

(4) 引导、要求学生在设计算法时,调整以往的解数学题的思维方式,设计出明确、有效、有限、可以转化为计算机程序的算法步骤。同时,还要理解一些在计算机程序设计中惯用的做法,主要是设置变量和赋值。例如,在求前 100 个正整数的和

的“累加器”中，包含的“ $s=s+n$ ”“ $n=n+1$ ”，课本 24 页例 3 中“ $A=10, A=A+15$ ”给一个变量重复赋值，例 4 中“ $X=A, A=B, B=X$ ”是交换两个变量的值等，很多学生在初学算法时难以理解。

(5) 在数学课中，算法的教学更应该关注的是算法对问题的抽象过程和算法的构建过程。在这个过程中，使学生着重理解算法的“算理”，同时体会算法的特点，学习设计和描述算法以解决实际问题 and 与人交流，发展有条理的思维和表达能力，提高逻辑判断能力。因此，应该尽力让学生在简单的计算机语言环境中学习算法的基本知识，把程序框图作为描述算法的主要工具。

3. 对算法教学的几点体会

(1) 把握教材内容前后的连贯性。算法的三种表现形式是：自然语言、程序框图和程序语言。自然语言表现的算法通俗易懂，但是不够精确，算法的基本结构也不清晰。为此，我们可以用程序框图表示算法，这样不仅使算法的基本逻辑结构（顺序结构、条件结构、循环结构）清楚，而且使算法的步骤更直观，也更精确。但像算法步骤一样，程序框图表示的算法仍不能被计算机所执行。因此，我们可以将算法写成计算机能执行的程序。这一过程体现了算法“逐渐精确”的过程。

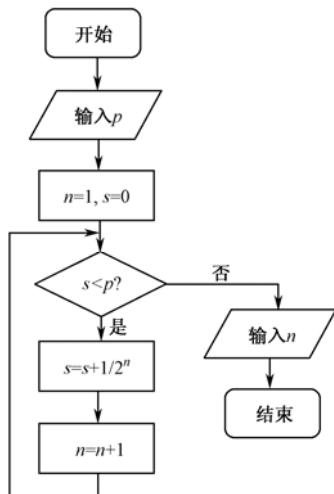
(2) 设计算法的基本过程是：通过对问题进行详细地分析，抽象出相应的数学模型；确定使用的数据结构，并在此基础上设计对此数据结构实施各种操作的算法；选用某种语言将算法转换成程序；调试并运行这些程序。

(3) 在教学的过程中，必须以三种基本逻辑结构为基础来构建算法，因为任何算法都可以由这三种基本逻辑结构构成，教学时不必增加其他逻辑结构。在教学三种基本逻辑结构时，结合程序框图帮助学生理解三种基本逻辑结构的含义，然后，在设计一个算法的程序框图的过程中，选择合适的基本逻辑结构表示算法步骤。

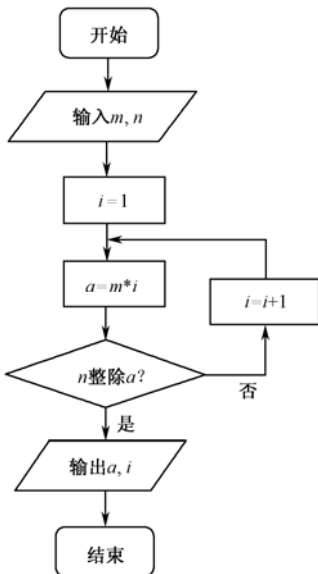
(4) 循环结构的学习是重点也是难点。对于循环结构遵循：①循环前，初始化变量的值；②确定循环体；③设置循环终止条件这三项要求。循环结构一定要在某个条件下终止循环，这就需要条件结构来做出判断，因此，循环结构中一定包含条件结构。当型循环先判断后执行，直到型循环先执行后判断。WHILE 语句中是当条件满足时执行循环体，而 UNTIL 语句中是当条件不满足时执行循环体。对同一算法来说，他们的条件互为反条件。课本对直到型循环结构和当型循环结构的特征描述的非常清楚，这两种结构有对应的循环语句。所以在画程序框图时要尽量按照这个要求来写，避免将这两种循环结构混淆，否则跟后面的循环语句就不统一了。同时注意计数变量的取值范围，以免出现多一次或少一次循环的错误。

从 2008 年新课标地区的四套高考试卷无论文、理科看，考查的核心是算法的三种基本逻辑结构和程序框图，特别是带有循环结构的程序框图。例如（2008 年山东卷理 13 文 14 图）执行（下图）的程序框图，若 $p=0.8$ ，则输出的 $n=$ ____。江苏卷 7

图考查的明确程序框图中循环结构的含义，循环体执行的次数，对 $i \geq 5$ 的正确理解；广东卷 9 图（下图）考查的也是带有循环结构的程序框图，若输入 $m=4, n=6$ ，则输出 $a=$ ____， $i=$ ____。解决的关键是按照题目所给程序框图，模仿计算机，进行一次次的计算和判断。



(2008 年山东卷理 13 文 14 图)



(2008 广东卷 9 图)

(5) 在进行条件结构的教学中，可以将条件结构与分段函数联系起来，让学生设计含有条件结构的算法来计算分段函数的值。

(6) 程序语言的书写是非常规范的。教材对几种语句的书写规范都给出了格式，要让学生理解清楚。例如，从

错误！

INPUT "a, b, c="; a, b, c

中读出字母的大写、空格、提示信息用“”，“；”、变量之间用“，”隔开，INPUT 后面只能是变量，不能是表达式等，另外 DO 单行、*、/的运用，一个赋值语句只能给一个变量赋值，赋值号左边只能是变量，右边是一个常数或表达式，有 IF 后面必须有 END IF，ELSE 单行，后必有可执行的语句体，条件语句 IF 条件 THEN 后面不能跟其它语句，一定要换行；WHILE 条件换行循环体等等。如果有条件让学生自己把自己编写的程序上机调试一次那当然非常好，如果没这个条件，教师自己调试几次，把几种常见的错误展示一下，让学生明白算法语言书写的规范性。

4. 重视课本算法案例的教学

教材安排了“辗转相除法与更相减损术”、“秦九韶算法”与“进位制”这3个中国古代数学及西方数学中的经典算法案例，将算法与数学教学内容紧密地结合在一起，教材还在“阅读与思考”中对中国古代的又一典型算法——“割圆术”进行了详细的阐述。这几个古代算法较为复杂，教师用书中建议安排4课时，而在实际教学中，有的教师只用两课时，甚至有的让学生自己阅读了解，这是不妥的。三例中蕴涵的算法思想极为深刻，也更能体现算法的重要性。在教学中，要注意抓住这3个算法的关键步骤，如，辗转相除法中“ $r=m \text{ MOD } n \quad m=n \quad n=r$ ”语句的意义与作用；更相减损术的“可半者半之，副置分母、子之数，以少减多”等语言要向学生解释透彻、明白；秦九韶算法中，乘法、加法运算的次数，特别是 n 次多项式中有缺项，如 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_0$ 时，该算法的形式仍然为 $f(x)=(\cdots((a_nx+a_{n-1})x+0)x+\cdots+0)x+a_0$ ，即用计算机来循环计算时，乘法、加法的次数不变。让学生真正理解 $v=vx+a_i$ 的意义；进位制之间的互换，十进制是“中转站”，“除 K 取余法”即是把 K 进制数化为十进制时，各位次上的系数。例，89 化为二进制（下图）。

$1011001_{(2)}=1\times 2^6+0\times 2^5+1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0=89$ ，其实质是 K 进制转化成十进制的逆向操作等。引导学生理解其中的核心思想，可以通过讲解、画程序框图、举简单例子、学生自己归纳等多种途径，帮助学生克服理解上的困难。三个案例都有一定的难度，不要求画完整的程序框图以及编写完整的算法程序，但要注意抓住这三个案例的关键步骤，理解其中的“算理”。

2	89	余数	
2	44	1	
2	22	0	
2	11	0	
2	5	1	
2	2	1	
2	1	0	
	0	1	

(除2取余法)

通过学习这些古代算法，可以使使学生通过模仿、操作、探索、经历设计程序框图表达解决问题的过程，以及将程序框图转化为程序语句的过程，帮助学生进一步体会算法的基本思想，以及算法在解决问题的过程中所体现的特点，“帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用，逐步形成正确的数学观”。

5. 发挥典型算法模型的作用，认识优化或改造算法的意义

课本例题是经过编者反复论证精心设计的，具有典型的示范作用，蕴含着基本的解题思想和方法，具有很高的教学价值。在教学时要把握好前后内容的连贯，吃透教材、把握教材，理解课本中编写的例题和习题的意图。课本“所介绍的语句形式及程

序稍加修改就可以变为某些具体的程序设计语言形式的程序，并可以在计算机上执行”。

实践证明，在进行算法教学的过程中，应尽可能选取最简单、最典型的算法模型作为载体。这是因为，一方面进行算法教学的目标是介绍算法的基本思想和初步知识；另一方面，算法本身就是与具体问题结合在一起的，空讲理论只能导致学生不能真正理解算法和不会设计具体问题的算法。而从简单、典型、学生熟悉的算法模型中挖掘、提炼出来的思想和方法，更容易被学生接受。同一个算法稍加改造，可以用于解决不同的问题。对算法的优化或改造，有利于学生看清算法的结构和更好地把握“算理”，是帮助学生理解算法的通用性、有效性等的良好素材。

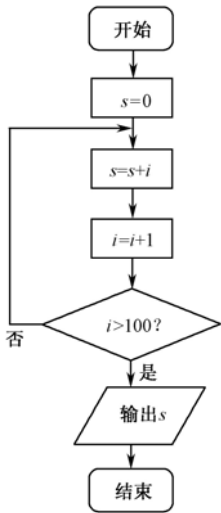
例如，对于课本 13 页例 6，让学生改造求 $1+2+\dots+100$ 的值的“累加器”的程序框图（右图），表示

- (1) 求 $1+2+\dots+m(m \in \mathbb{Z}^*)$ 的值的过
- (2) 求 $3+5+\dots+(2m+1) (m \in \mathbb{Z}^*)$ 的值的过
- (3) 输出 $1, 1+2, 1+2+3, \dots, 1+2+3+\dots+100$ 的过程（课本 P15 思考题）；
- (4) 求 $2+2^2+\dots+2^{100}$ 的值的过
- (5) 求使 $2+2^2+\dots+2^n(n \in \mathbb{Z}^*)$ 的和大于 100 的最小正整数 n 的过程等。

其中，(1) 只需在循环结构前给定变量 m 的初始值，并将循环的终止条件变为“ $n > m?$ ”即可；(2) 需要改变变量初始值和循环的终止条件，循环体变为“ $s = s + (2n+1)$ ”；(3) 在循环体中增加输出框“输出 s ”，就可以得到前 $n (n=1, 2, \dots, 100)$ 个正整数的和了；(4) 需要将循环体变为“ $s = s + 2^n$ ”；(5) 除了需要将循环体变为“ $s = s + 2^n$ ”，还需要将循环的终止条件变为“ $s > 100?$ ”。

如果学生能解决以上问题，以下问题便会迎刃而解：

- (1) 求 $1^2+2^2+3^2+\dots+100^2$ 的值的过
- (2) 求 $1^3+2^3+3^3+\dots+100^3$ 的值的过
- (3) 求 $1+3+5+7+\dots+99$ 的值的过
- (4) 求 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}$ 的值的过
- (5) 求 $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\dots+\frac{1}{100^2}$ 的值的过
- (6) 计算 n 个数的和： $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots, \frac{n+1}{n}$ （课本 P33A 组 3 题）等。



教材中可以这样进行变式教学的例题还有很多，重要的例题，如，二分法求方程的近似解（无理数的近似值）、判断一个数是否为质数、三个数按顺序排列、一元二次方程求解等，要对它们进行变式训练，加深理解。还有许多看似平淡但却很精彩的题目，忽视对这些题目的研究和运用，是很可惜的。通过这样的练习，学生不仅可以更好地把握算法的“算理”，而且也能体会到算法在解决问题中的强大威力。同时，通过这样的练习，可以大大激发学生的学习积极性，对学生的创新意识的培养和创新能力的提高也具有很强的现实意义。

纵观近几年高考数学试卷，源于课本的题型占了很大的比重，大多是将课本题型进行变式提高，灵活应用，这与高考命题中的“源于课本，高于课本”的原则是一致的。搞好课本例题的多种形式教学，不仅能加深基础知识的理解和掌握，更重要的是在开发学生智力、培养和提高学生能力等方面，能发挥其独特的功效。教师只有充分地利用教材，发挥课本例题的潜能，才能达到优化学生的认知结构，开阔学生的眼界，活跃学生的思维，提高学生解题能力的目的。

当然，对于算法知识的教学，只是通过本章相对集中的学习是远远不够的，更重要的是在以后各模块教学中的渗透。

一次统计课题学习的尝试与反思

山东师范大学附属中学 孙萍

张思明老师曾说，“我们要给学生空间。教师的创造不是跟学生去拼做题，不是把你最得意的东西不时的挖几个陷阱，而是要通过你的努力，创设一个激发学生创造的问题环境。”为了更好地发展学生的统计观念，创设一个激发学生创造的思维场，笔者组织了一次课题学习，进行了如下尝试：

（一）背景介绍

2008年6月初，学生因为高考、中考放假11天，在这期间正好讲到必修3的统计，于是利用这段时间组织了关于必修3统计的课题学习。

（二）选题介绍

之所以选这部分内容，是基于这样的考虑：其一，这部分统计与义务教育阶段的内容基本一致，只多了茎叶图和线性相关分析，学生接受起来不难；其二，关于这部分内容的教学，由于评价体系的缘故，很容易纠缠于细枝末节的计算，不能对统计思

维的培养给予应有的关注。

统计的学习，本质上是统计活动的学习，必须通过案例来进行，使学生经历较为系统的数据处理全过程，提取数据—整理数据—分析数据—得出统计结论，只有这样，才能更好地把握统计思维的核心。

（三）课题要求

要求学生自行选题，经历统计活动的全过程，最好能涉及相关分析。照顾到有些学生，也提供了几个参考课题。

（四）具体实施

活动分了四个阶段：确定主题阶段，初期成果展示，中期成果展示，最终展示。由于学生放假，整个过程都采用网上指导。

首先，学生自愿组合，以小组的形式来进行，每个小组选择感兴趣的研究问题，师生共同做可行性分析；然后根据主题制定课题计划，明确组内分工；之后设计相应的调查问卷，进行试测，并在教师的指导下修改、完善；然后进行数据收集，并选用适当的统计图表和统计量来描述和分析数据，做出推断；展示最终成果。有不同的小组做了同一个问题的探讨，由于各个小组数据收集的不同，研究的方法不同，得到了有差别的结论，还进行了比较研究。

（五）活动成果

学生的活动成果以两种形式在班级和校园分别进行了展示，一是统计海报（海报的基本结构包括了研究问题、数据呈现、数据分析、研究结论四个内容），二是统计报告（包括 Word 版和 PPT 版）。

学生的部分成果：Word 版关于网游对青少年影响的统计报告。

（六）活动反思

1. 学生反思

学生的创造是相对的，有些组的成果也许我们看起来似乎没有新的东西出来，但是这种思维的历练还是能使企业受益匪浅。以下是部分学生在统计报告中谈到的活动的反思：

（1）关于问卷设计：在设计调查问卷的过程中，体会到调查问卷的设计是整个活动的基础，了解到写调查问卷的基本方法、题目设定、如何提问、问卷的构成因素及其作用，等等。设计问卷时未能很好地通过题目反映选题的主题，问题有些空虚，不

明确。通过和老师的交流和组员的讨论。明确了题目所要反映的主题，也确定了调查后想得出结论的方向。

(2) 关于数据收集：一开始无法严格按照配额调查，调查时间比我们预期的要长，许多人填写问卷不够认真，于是我们加大了样本的数量，相应延长了时间，尽可能保证了每一份样本的价值和真实性。

(3) 关于数据整理：收集数据多、杂，后来学习了统计分析软件，问题就迎刃而解了。

(4) 对与人交流和合作的能力的认识有了转变，这是课题学习及今后需要发展的很重要的能力。

(5) 对统计活动的全过程有了很好的了解。

(6) 通过比较分析，进一步理解了统计中的随机现象。

2. 教师反思

这次统计学习活动，学生经历了较为系统的数据处理全过程，提取数据——整理数据——分析数据——得出统计结论，以上只是学生认识到的在知识上的收获。关于更深层次的变化，比如统计思维的发展，对统计作用的认识，情感态度价值观的变化其实更为重要。

(1) 统计思维的发展。

学生通过实际操作体会了统计的思想和方法，加深了对统计是如何从数据里提取信息的理解。在数据收集阶段，学生体验了随机抽样的过程，对如何选取样本和进行问卷设计能保证后面数据分析时得到较丰富且有意义的统计结果有了进一步认识；在数据整理阶段，由于不同的图表，它反映的信息好坏是不一样的，选取饼形图，直方图，茎叶图，折线图，还是其他，学生结合要说明的问题的特征，经历了这样的图表选择的过程；在数据分析阶段，如何分析，如何排除随机干扰有一个初步的认识，即发展了批判性思维，而且纠正了学生的错误认识——统计的目的主要是为了得出统计图表，而不是基于图表得出的统计结论；另外，有不同的小组选择的是同一个课题，由于各个小组数据收集不同，整理的方法不同得到了有差别的结论，通过最后的比较分析，学生对统计思维有了更充分的认识：不同人对数据、图表的分析与理解是有差异的，统计结论是有随机性的，统计推断是有可能犯错误的，并不一定进行了统计调查，所得到的结论就一定是合理的。需要考虑的是怎样设计相对合理的统计调查方案，才能得到科学的结论。正是这样的过程，逐渐培养了学生的批判意识，提高了学生的统计批判性思维水平。

小组成员在进行成果展示时，其他小组可以针对其调查进行提问，这样小组成员为了使其统计结论让其他同学信服，在进行展示前要对其统计调查方案进行仔细的思

考，这对其思维的发展也有直接的影响。

(2) 对统计作用的认识。

现代社会，信息来源多元化，对受教育者的影响深刻化，如何提取信息、分辨信息，不人云亦云、良莠不分，不只是思想认识问题，更需要技术力量。学生经历了较为系统的数据处理全过程，体会到了统计对决策的作用，进一步让学生感受到，数学之于他们的重要性更在于教给他们社会进步的手段。对于理科教学，如杜威所言，数学及自然科学本身并不是目的，当学校不再为真理而真理地去追求科学知识，而是出于其责无旁贷的社会意义去追求科学知识时，自然科学就摆脱了与人文科学的分离，亦即新课程倡导的数学文化价值的体现吧。

(3) 情感态度价值观的影响。

我们的设计，我们的探究，都是希望提供给不同学生产生对数学兴趣的载体。因为学生一旦对数学有兴趣，一旦产生了自信，他所焕发出来的效果，是不可想象的。我们平时时常抱怨，学生学习缺乏主动性，在活动后的调查问卷中，我们设计了如下的题目。

你对这次项目活动是如何看待的（ ）。

- a. 很有挑战性，我很乐于做这类活动
- b. 和平时的教学离得太远，我还是喜欢做作业
- c. 还好，因为是老师布置的任务，我按时完成就行了
- d. 太麻烦了，不喜欢这类活动

有 97.8% 的学生选择了 a。谁说学生学习没有积极性？

这次学习，学生投入了极大的热情，有的小组精益求精，甚至做到了凌晨。学生通过分工合作，各司其职，发挥所长，既有自我的实现，又培养了团队合作精神。并且，学生表现出了很大的学习潜力，在课题学习过程中学习了很多在课堂上没有学习到的新知识。比如问卷设计，用软件进行数据分析，写统计报告，做 PPT 等。在分析数据的环节，怎样利用 EXCEL 画图表进行数据分析，课本上并没有相关论述，我们鼓励学生充分利用网络资源自学。学生很快就掌握了方法，会对收集的数据进行分析，而且同学之间还互相学习，参与活动的 22 个小组均很好地完成了数据分析的任务。最后展示的时候，规定 5 分钟的发言，结果学生 15 分钟都展示不完，他们多需要这样的表达的机会啊。

可见，学科教学采用的方法应有利于提高学生的主动性和建设性的能力，要激发兴趣，培养信心，还时间于学生，还思维于学生，还主动发展的空间于学生。选择这样的学习活动，不仅取决于教材本身的思想内容和价值取向，更来自学科教师本人的探索和课程价值观。从这个意义上说，课改的关键与其说是编写新教材，不如说是转

变教师即整个社会的课程价值观。

（七）启示与建议

活动结束后，我们用测试试卷的形式，从设计统计活动、搜集数据、整理和分析数据、统计观、批判性思维、情景处理六个维度对学生的学习结果进行了评价，并从没参加课题学习的学生中抽取样本做对照。有意思的是，参加课题学习的和没参加课题学习的学生在统计知识方面没有差异，但是批判性思维和情境知识以及统计活动设计方面均有显著差异，或者说学生的统计素养，除了知识以外变化是十分明显的。产生此类现象，和平时统计教学注重学生统计知识和统计技能的掌握，但是忽视引导学生对统计思想有客观认识有关，于是我们得到以下启示。

（1）统计学习要让学生经历系统的统计活动过程。

统计的学习，本质上是统计活动的学习，要发展和培养学生的统计思维，让学生经历一个较为系统的数据处理全过程是十分必要的。否则，很容易纠缠于细枝末节的计算，不能对统计思维的培养给予应有的关注。学生通过系统的统计活动，就能逐渐理解问卷设计、样本选取、分析方法的运用等对统计结果产生的影响。无论是怎样的统计活动，只有了解其调查研究的方法，才能对统计论断是否可信进行判断，从而明确对统计结果保持批判性态度的必要性和重要性。另一方面，学生进行一个统计活动，能对所学的统计知识和统计方法有更加深入的认识。正是在解决实际问题的过程中，才能逐渐把知识转化为能力。此外，如前所述，参与统计活动能提高学生学习统计的兴趣，将活动作为学生发展的平台，对学生统计思维的培养是十分有帮助的。

（2）统计教学要重视统计图表在情境中的应用与读取。

比较常见的现象是，如果给定数据，学生会画统计图，会求方差、会进行相应的统计运算，但在生活中碰到相应的情境需要利用所学的统计知识判断论断是否合理时，却手足无措，缺少必要的知识和方法。因而，在统计教学中，应注重教授统计知识和统计图表的适用范围，并引导学生探讨利用统计解决问题的优势和局限性，逐渐培养学生对统计的客观理性的认识，发展其批判性的心智特征。

通过测试还发现，学生对不同统计图表的掌握程度是不同的。总体来看，学生对直方图、单变量的折线图掌握情况较好。而对堆积条形图、多变量的数据点折线图、散点图的整体把握情况较差，往往不能有效提取图形中的相关信息做出合理的推断。随着经济的发展，能够读懂统计图表并能以此作为决策的依据成为当代公民的基本素养之一。在统计教学中，教会学生画统计图并能读懂统计图是统计教学的基本要求。但只是做到这一点是不够的，教师应结合实际教会学生读取统计图的基本技巧和方法。Curcio（1987）给出了图形阅读的三种层次水平：数据本身的读取（read with the

data); 数据之间的读取 (read between the data); 超越数据本身的读取 (read beyond the data)。在读取统计图表时, 不能仅仅局限于读取表面的信息, 还要能基于图表得出一些统计结论和推断, 并形成自己的理解和假设。因而, 课堂教学要给学生一些主动权, 让学生交流对一些统计图的认识和看法也应成为统计教学不可或缺的部分。

(3) 在统计教学时要重批判性技能和方法的传授。

在统计教学中要注意培养学生的批判性思维, 要注重批判性技能和方法的传授。学生只有掌握了一定的进行批判性思维的技能和方法, 才能在统计学习过程中逐渐形成对统计思想的正确认识, 对统计结果拥有批判性的态度。Iddo Gal (以色列海法大学教授) 给出了面对所给的统计信息, 如何提出相关的批判性问题的表格, 如下表所示。

提出与统计信息相关的批判性问题
① 这些数据是从哪里来的 (相关论述的基础是什么)? 这属于哪种类型的研究? 在这个情境中, 这种类型的研究合乎情理吗?
② 有没有用到样本? 样本是如何抽样的? 有多少人参加了抽样? 样本足够大吗? 样本包括了有代表性的人群吗? 在某些方面样本是否不全面? 总之, 由这个样本得出有关目标人群的相关结论合理吗?
③ 得出报告的数据采用的工具和措施 (测试、问卷调查、访谈) 可靠性和精确度如何?
④ 原始数据 (或者作为统计推理基础的数据) 是什么分布? 对这个数据而言, 分布的形状重要吗?
⑤ 报告采用的统计方法对这种类型的数据是否适用? 比如用平均数来总结序数相关的结论, 是一个合理的模型吗? 采用的数据分析方法得出的结论会不会曲解了数据本来代表的意义?
⑥ 统计图画得恰当吗? 有没有正确描述数据的变化趋势?
⑦ 其中的概率陈述是怎么来的? 有没有充分可靠的数据验证这个似然估计?
⑧ 总体上看, 所得的结论是基于数据而得出的合理结论吗? 比如, 数据和结论的相关性大吗? 数据可能没有很大差别, 得到的结论却很夸张。
⑨ 有没有其他的信息和方法帮我理解和评价所给结论的正确性? 有什么信息被漏掉了吗? 比如作者是不是“习惯性的忘记”了所报告的百分数变化的数据来源或者忘记说样本的大小?
⑩ 对于统计结果及产生原因有没有其他解释方法? 比如是不是有什么干预或者助长效应的干涉变量影响了结果? 有没有其他的附加的和不同的意义这里并没有提到?

这 10 个问题层层推进, 从数据的来源到统计结论的得出提示学生进行相关的思考, 以客观真实地看待数据及所得到的结论。通过这 10 个问题的思考, 能形成对于统计结论的比较客观的认识, 对教学中如何提高学生的批判性技能很有借鉴意义。

(4) 统计知识和统计方法的教学要注重统计思想的培养。

统计教学要把重点放在统计思想的教学上。对于统计知识, 不能仅仅局限于对相关知识的了解和技能的操作, 要在此基础上引导学生对数据处理方法、呈现方式及所得结论进行深入的思考, 活用所学知识, 把知识转换为能力。在高中的统计教学中, 有不少有关统计量的计算问题, 比如相关系数、独立性检验、回归分析等, 不仅要让学生会计算, 更要理解其背后所蕴含的统计量的意义以及统计意义。比如回归

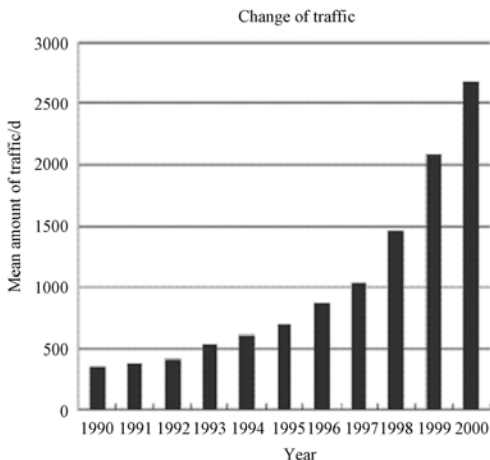
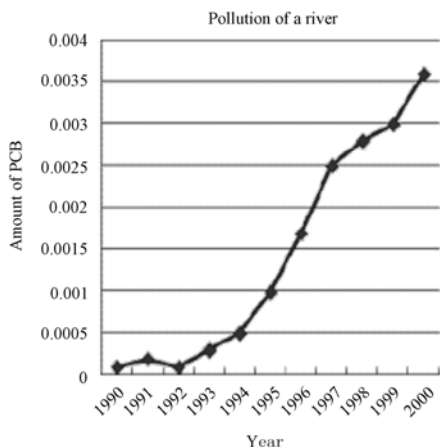
直线，不仅要知道怎么求，更应知道为什么要求以及回归直线所代表的意义。只有让学生透过繁杂的运算，看到其代表的统计学意义及在实际问题解决中的作用，学生才能真正的理解统计作为数据分析工具的强大威力。也只有这样，在面对统计论断时，学生才能进行批判性思考，并能对其结论是否可信形成自己的论断，真正做到学以致用。

(5) 统计的学习应建立过程与结果的综合评价。

最后，谈谈统计的评价问题。统计的学习应建立过程与结果的综合评价，而我们的评价基本上通过笔试表现，那么至少在试题的设计中，应体现随机思想、批判性思维和情境知识的考查，这样才能接触到统计思维的核心。

笔者提供一道这次课题学习后的评价试题。

下面第一幅图是山东省某城镇的一条河流从 1990 到 2000 年污染状况的调查结果（其中 PCB 是表示污染水平量），第二幅图是这个城镇从 1990 到 2000 年交通流量的变化图。



① 从 1990 年到 2000 年，这条小河的污染状况是如何变化的？请选择你认为对的答案，并进行相应的解释。

- a. 小河水已经被污染了 b. 小河水变清了 c. 小河水没有什么变化 d. 不知道
你的理由是：

② 从 1990 年到 2000 年，这个城镇的交通流量是如何变化的？请选择你认为对的答案，并进行相应的解释。

- a. 交通流量变大 b. 交通流量变小了 c. 没有什么变化 d. 不知道
你的理由是：

③ 有些人通过上面两个图得出这样的结论：从 1990 年到 2000 年，这个城镇已

经都市化了。你认同这个结论吗？请选择下面你认为对的答案，并解释你的理由。

- a. 赞同 b. 不赞同 c. 上面两种说法都不对 d. 不知道

你的理由是：

这是这一道叙述型的开放题，与社会生活有着密切的联系，体现了一定的情景性。我们希望评价问题的设计尽量具有真实性、情境性，以培养学生对现实生活的领悟能力、解释能力、创造能力和自我控制能力，体现统计的决策作用。

第①②小问测试了学生的读图能力，让学生对选择项进行解释，可促进学生的观察与思考，避免没有充分利用好图表就直接答题，这样可以尽可能地保证答题结果的有效性。第③小问考察了学生的批判性思维，让学生对选择项进行解释，是希望提示学生，统计论断是不能够随意做出的，什么时候是合理推断，什么时候是以偏概全，必须有一定的根据，以此来判断学生对统计的作用能不能达到本质的理解。

总之，统计的评价，过程性是很重要的一笔，以往的高考试题没有很好的做到这一点，建议广大的试题研究者认真思考，什么样的问题能够反映学生对统计的理解？什么样的问题是过于细枝末节的？什么样的问题是形式的、没有考查到核心的？这样会使得我们能够在命题水平上也得到一个提升和发展。

【新课程教学案例】

课堂实录：用二分法求方程的近似解

执教人：山东省实验中学 范佳

（教材：人教A版必修1 3.1.2）

（一）复习引入

师：在数学的发展史上，方程的求解一直是一个备受关注的问题，因为它和我们的生产生活息息相关，比如天气预报的温度，比如洲际导弹发射的轨迹等等一些数据的得到，我们都需要首先建立一个方程，然后来解方程，从而得到我们需要的数据。

问题 1：你会求哪些类型方程的解？

生：一元一次、一元二次、二元一次……

师：二元一次方程可以求解吗？

生：二元一次方程组……

师：对，二元一次必须是方程组才能求解，也就是说对于一元方程，我们可以解一元二次的。其实对于方程的求解，我国古代的数学家以及国外的数学家做了大量的

研究，对于一元二次方程我们有求根公式作为工具。那么，谁能告诉我一元二次方程的求根公式是谁给出的？

（学生思考，均不知道）

师：请看大屏幕，我们一起来了解一些数学史的知识。

九世纪，阿拉伯数学家花拉子米给出了一元二次方程的求根公式，花拉子米也被后人尊成为代数学之父。其实花拉子米是出生于花拉子模这个城市？有没有听说过花拉子模？

金庸武侠小说《射雕英雄传》中，郭靖随铁木真西征，攻打下花拉子模这个城市。

师：次数升高，一元三次方程呢？是否也有求根公式？

生：有。

师：那么有没有同学知道一元三次方程求根公式的形式？

生：……

师：请同学们继续看大屏幕，1545 年，意大利数学家卡尔达诺在他的《大法》一书中给出了一元三次方程求根公式，很复杂，不便于记忆和使用。

如果次数继续升高，一元四次方程有求根公式吗？

生：也有。

师：卡尔达诺的学生费拉里后来给出了四次方程的求根公式，这里不再给出，大家感兴趣的话可以查阅一下相关的数学史资料。

师：方程的次数更高一些，五次以及五次以上的方程呢？……后来，年轻的挪威数学家阿贝尔证明了，五次以及五次以上的方程是不存在根式解的，也就是说大多数一元方程都没有简单的根式解，但是由于实际问题我们还要有它们的解，特别是在一定精确度的要求下，我们只要有方程的近似解就足够了。

因此，今天这节课我们就来探讨求方程近似解的问题。

板书课题 3.1.2……求方程的近似解

问题 2：如何求方程的近似解？

（师生共同复习上节课学习的知识，为本节课求方程的近似解打好基础）

师：回忆上节课我们所学习的知识，方程的解和函数的零点有什么关系？

（学生举手，一名女生起立回答）

生：方程的根就是函数的零点，把函数图像画出来，就是图像与 x 轴交点。

师：也就是说方程有实数解的问题可以转化为函数有零点的问题，进而转化为函数图像与 x 轴有交点的问题，当然，准确地说是交点的横坐标。也就是我们可以把抽象的“数”和直观的“形”联系起来，体现了数形结合的思想。

师：继续思考，怎么把根确定下来呢，我们上节课还学习了根的存在性定理，那么定理的条件是什么？结论又是什么？

(学生纷纷口答, 提问一位举手的同学)

生: 函数在闭区间 $[a, b]$ 上是连续的一条曲线, 那么在区间 $[a, b]$ 上一定有一个零点, 符合 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 。

师: 这位同学的表述比较完整。定理的条件有两个, 其一, 闭区间 $[a, b]$ 上连续, 其二, 端点函数值异号。“异号”是从“数”的角度分析, 从“形”的角度呢?

生: 函数在区间 $[a, b]$ 内穿过 x 轴。

师: 有了上节课的知识, 我们今天是否就可以探求一种求方程求近似解的方法了呢?

(二) 方法探究

把主动权交给学生, 举一个具体的方程求解。

某生: $x^3 + 2x^2 = 0$

师: 考虑, 这个方程还需要“近似解”吗?

其他生: 不用了, 可以求出精确解。

生: $x^3 + 2x^2 + 3 = 0$

师: 好的, 那么大家看到这个方程之后你有什么想法, 准备怎么求解? 不妨动手做一做。

(学生在练习本上尝试解决, 教师巡视)

师: 大家每个人的想法不尽相同, 谁来说一说自己的想法? 请举手。

好, 这位女生来说。

生: 我看到这个方程的第一感觉就是找个值试一下, 因为根据定理要找一个区间, 因此, 可以先找 $0, -1, -2, -3$ 这样的值试一下, 先找到一个根的区间, 然后再一点点把这个区间缩小。

师: 很好, 那么你选定的区间是……?

生: 我选择 $[-3, 0]$ 。

师: 如果我们将方程左端定义为函数 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$, 端点函数值分别为多少?

生: $f(-3) = -6$, $f(0) = 3$ 。

师小结: 很好, 请坐。刚才这位同学用“试值”的方法找到了零点所在的一个“初始”区间, 你还有没有其他方法?

生: 可以画函数图像。

师: 对, 这也是一个不错的方法。那么怎么画出这个三次方函数的图像?

一名学生: 可以取一些特殊点, 然后描点连线。

师: 这位同学给我们提供了一种常用的作函数图像的方法, 但是要画出这个函数的图像似乎显得慢了一些。我们可以借助于计算机, 用“几何画板”来现场演示一下。

几何画板是一种强大的作图工具。

（带领学生一起现场电脑操作，画出学生所举方程对应的函数图像，拉动坐标系，放大图形，师生一起观察图像）

师：估读一下，零点的值为多少？

（学生尝试读数据）

师：精确度再高一些呢？恐怕就不好读了是吧？可是刚才两位同学都告诉我们可以首先确定一个零点所在的区间，我们称之为“初始”区间。

板书 1 零点的初始区间的确定

方法 1：试值法

方法 2：图像法

师：初始区间有了之后，可以进一步缩小区间，这种方法在日常生活中也常常遇见，比如，公安机关在侦破案件的时候总是先确定犯罪嫌疑人，然后逐步排查，缩小范围，最后锁定目标。现在的直观想法也是缩小零点所在的区间，用什么方法呢？

学生思考后答：取中点，计算中点的函数值。

师：中点的函数值若为零呢？

生：它就是方程的根。

师：否则呢？

生：初始区间一分为二。

师：那么哪一半是零点所在的区间？怎么判断？

生：看图像从哪一半穿过去。

师：刚才大家的方法是从“形”的角度，即“穿过”的一侧为零点所在的区间，如果从“数”的角度呢？

生：判断哪一侧端点函数值异号。

师：对，这样的话，我们把初始区间用“二分”方法缩小了。

板书 2 缩小区间的方法——二分区间

师：区间还能更小一些吗？

生：能，继续一分为二。

（带领学生利用几何画板演示区间缩小的过程）

师：区间这样不断的一分为二，如此一来，区间长度越来越小了，每个新的区间都是上一个区间长度的一半，在这个过程中，区间端点就会逐步“逼近”函数的零点。

板书 “逼近”

师：那么这个工作什么时候停下来呢？在具体的问题中，总会给定一个“精确度” ε ，以本题为例，若给定精确度 0.1，即要求零点的“近似值”和“真实值”之间的误差不超过 0.1。

板书3 零点的精确化

师：这样一来，在具体的问题中，我们的工作就可以适可而止了。

小结：刚才我们借助于这位同学给出的一元三次方程，探求到了一种求方程近似解的方法，这种方法，我们命名它为“二分法”。今天这节课我们的主要任务就是“用二分法求方程的近似解”。

板书“二分法”

（三）揭示规律

问题3：什么是二分法？

（一起来看课本上对“二分法”的定义，见大屏幕。教师带领学生理解定义）

师：既然有了二分法，我们就不能只停留在理论上，我们一起把这个方程的近似解求出来。请大家拿好计算器，一起来算。要不咱们选一位同学来做我的小助手吧，让他来读数，我来写。

（同学们积极踊跃举手）

师：这位同学自告奋勇，那么你来算，其他同学做亲友团。我们规定精度为0.1。（以下过程师生合作，学生计算并且口答，教师板书，展示正确规范的书写格式）

师：初始区间为多少？

生： $[-3, -2]$ 。

师：-3点的函数值和-2点的函数值的符号？

生：-3点的函数值小于零，-2点的函数值大于零，所以零点在这个区间内。

师：继续往下呢？

生：取-3点和-2点的中点-2.5，计算得到-2.5点的函数值为负，-2.5点与-2点函数值异号，所以区间缩为 $[-2.5, -2]$ ，继续取中点-2.25，计算得到函数值为1.734375，为正，与-2.5点函数值异号，因此区间变为 $[-2.5, -2.25]$ ，不断做下去，取-2.375，计算得到函数值为正的，那么区间取 $[-2.5, -2.375]$ ……直到区间缩为 $[-2.4375, -2.5]$ 。

师：现在计算可以停止下来了吗？

生：可以，区间长度为0.0625，比精确度要小。

师：选谁作为零点的近似值呢？

（学生纷纷口答）

生：取这个区间的中点也可以取区间内的任意一点。

师：对，特别的我们可以就取区间的端点作为零点的近似值。在这个题目中可以取-2.4375。

小结：我们刚才通过合作，经历了用二分法求一个一元三次方程近似解的整个过

程。那么，总结一下用二分法求函数零点的基本步骤，即

问题 4：用二分法求零点近似值的步骤是什么？

（教师带领学生提炼三个基本步骤，并阅读大屏幕）

小结：到此为止，我们解决了求函数零点近似值的问题，由零点和方程根的关系，我们就可以用二分法来求方程的近似解。

二分法就是将方程的有根区间对分，然后再选择比原区间缩小一半的有根区间，如此继续下去，直到得到满足精度要求的根为止的一种简单的区间方法。

师：这个步骤很长，咱们将它变成“顺口溜”来记住：

“取区间，定中点，计算中点函数值；
左边异号左有根，右边异号右有根，值为零来它就是根；
循环下去什么时候停，
精确度啊，来把关”。

（学生给以掌声）

问题 5：你知道二分法在生活中的应用吗？

师：我先抛砖引玉。今天来上课，心情格外激动，买了件新衣服，大家来猜猜价钱，上限 300 元，下限 100 元，误差不超过 10 元，看看谁能在最快的速度内猜出来。

生踊跃回答：200 元。

师：低了

生：250 元。

师：接近了，但是 250 不太好听，我们选个吉利的数字，248 元或者 258 元吧。看来我们的生活中处处有二分法的例子。大家还能想到吗？

生 1：幸运 52 中猜价格。

生 2：维修工人检修电路，也是不断的取中点，缩小故障所在的区间，最后找到近似位置。

师：只要大家细心，就会发现生活中处处都是学问。

（四）巩固提高

请同学们再接再厉，借助于手中的计算器，求下面方程的近似解，即

问题 6：借助计算器或计算机用二分法求方程 $2^x + 3x = 7$ 的近似解（精确度 0.1）

师：同学们可以两人一组合作完成，如果你觉得问题不够有挑战性，可以自己构造一个方程来求解。

（学生动手解决问题，教师巡视指点，其间提问学生初始区间确定的方法，有学生回答“试值”，有学生回答“做图像”）

师：怎样做图像呢？除了可以借助于几何画板之外，能否转化为我们熟悉的函数

图像？

生：可以转化为两个函数的图像。

（利用投影仪展示一个学生的做法，并让学生给其他同学讲解做法，即将方程 $2^x + 3x = 7$ 变形为 $2^x = 7 - 3x$ ，在同一坐标系中绘出指数函数和一次函数的图像，从他们图像高低交替中可以确定初始区间为 $[1, 2]$ 。教师鼓励这种做法，并且将其归纳为初始区间确定的另一种方法。在这个过程中充分体现教师为主导，学生为主体的教学思路）

学生进一步通过二分法求得该方程的近似解。

师：注意书写格式要规范，可以依照黑板上的板书，也可以将所得的一组数据以表格的形式反映出来（大屏幕显示表格结构，可参见教科书）。

（五）交流合作

思考：

问题（1）：用二分法只能求函数零点的“近似值”吗？

问题（2）：是否所有的零点都可以用二分法来求其近似值？

生1：也可以求方程的精确解，比如，如果某个中点函数值恰好为零时。

生2：问题（2）不一定，二次函数图像和 x 轴相切的情况就不行。

师：为什么与 x 轴相切的情况无法使用二分法？

生：无法找到区间 $[a, b]$ 符合 $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，也就没法二分区间。

师：特别的，对于区间 $[a, b]$ 上符合 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 的函数零点，我们称之为“变号零点”，这种情况可以用二分法确定零点，但是刚才同学所举的方程所对应的零点，达不到这个条件，所以我们又称为“不变号零点”，其方程对应的是“偶数重根”，这种情况下就无法使用二分法了，还有后继学习的“复数根”也无法适用。因此特别注意，二分法是有它的适用范围的。

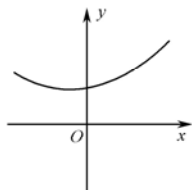
小结：二分法只是求方程的近似解的“一种”方法，它并不见得是最优的方法，比如我们其实不仅仅可以二分，还可以有其它分法，三分，四分，黄金分割，甚至大学里大家还有机会学习到牛顿切线法，弦割法等等，大家在课下可以充分利用网络资源，丰富一下自己的视野。今天这节课还是重在让大家掌握用“二分法”求方程的近似解。

（六）效果评价

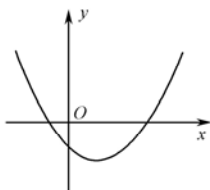
1. 反馈练习

师：检验学习效果，解决反馈练习。

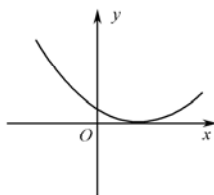
（1）下列函数中能用二分法求零点的是（ ）。



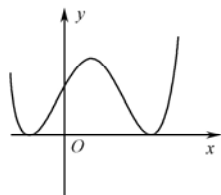
(A)



(B)



(C)



(D)

(2) 用二分法求函数 $y = f(x)$ 在 $x \in (1, 2)$ 内零点近似值的过程中得到 $f(1) < 0$, $f(1.5) > 0$, $f(1.25) < 0$, 则函数的零点落在区间 ()。

(A) $(1, 1.25)$

(B) $(1.25, 1.5)$

(C) $(1.5, 2)$

(D) 不能确定

(3) 计算函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 2$ 的一个正零点, 列表如下。

中点坐标	中点函数值	取区间
		$[1, 2]$
$f(x_0) = 1.5$	$f(x_0) > 0$	$[1, 1.5]$
$x_1 = 1.25$	$f(x_1) < 0$	$[1.25, 1.5]$
$x_2 = 1.375$	$f(x_2) < 0$	$[1.375, 1.5]$
$f(x_0) = 1.4375$	$f(x_3) > 0$	$[1.375, 1.4375]$
$f(x_0) = 1.40625$	$f(x_4) < 0$	$[1.40625, 1.4375]$

若精确度为 0.1, 结果是_____。

教师启发, 学生齐答, 练习 3 拓展为:

① 区间长度可以达到 2ε , 此时只需取区间中点作为近似值就可以达到精确度的要求;

② 每个题目对精确度的要求都不同, 精确度越高, 步骤越多, 方程的近似解就越接近真实值。

2. 自我小结

师: 在这节课中大家的思维非常活跃。请总结一下, 在这节课中学到了哪些知识?

生: 用二分法求方程近似解。

师: 怎样实施?

生: 转化为函数求零点的问题。

师: 再来总结一下, 初始区间的确定一共有几种方法?

生: 三种。(1) 试值; (2) 画函数图像; (3) 转化为两个函数图像交点所在的区间。

师: 那么, 在今天的学习过程中你又体会了哪些数学思想方法?

生：数形结合、逼近。

师：其次，在整个的探究活动中，我们先让大家举出一个“具体”的方程，然后通过求解，找到了一个“一般”性的结论，这体现了什么？

生：从特殊到一般的认识规律。

师：大家今后在解决问题的过程中也可以借鉴这种认识规律。

3. 课外活动

四人一组合作完成一篇数学小论文。

备选题目：

《二分法的应用》

《我看“逼近”思想》

《追寻阿贝尔和伽罗瓦》

结束语：今天这节课我们共同学习了二分法，可以说它是一种求方程近似解的通用法，对函数的要求不高，而且思路上很简单。虽然其数值计算比较麻烦（体现了算法的思想），但是我们可以交给计算机，通过设定一定的程序来完成，这就为我们解决实际问题提供了依据。

《用二分法求方程的近似解》设计说明

本节课内容，各版教材有所不同，我在备这节课时参考课程标准，反复分析二分法与各套教材，认为针对二分法，各套教材让学生达到的目标是一致的，那就是二分法是求方程近似解的“一种”方法，在本节中旨在：

（1）培养学生“函数与方程的思想方法”，函数应用的一个重要内容就是利用函数的性质和图像求解函数对应方程的根，二分法就是体现这种应用的方法；

（2）关键是让学生懂得二分法的逼近思想和原理，而不是机械地记忆二分法的步骤，机械的操作；

（3）让学生了解求方程近似解的重要性。

数学课程改革的核心是教师的教学方式和学生的学习方式的改进，为了贯彻以上的教学思路，我设计了适应于本节课的新的教学形式，那就是不拘泥于课本上的例题，而是让学生在上一节课就提出自己想要求解的方程，然后借助于信息技术工具，紧紧围绕学生所举的例子师生一边操作，一边共同进行探究活动。不急于给出二分法，给学生充分的思考，讨论空间，然后很自然的得出“二分法”这种求方程近似解的常用方法，使学生的学习兴趣得到提高，而且便于接受这种方法。

另外，课堂上引进生活中的例子，多讲数学的背景与应用，扫除数学的神秘感，扫除对二分法的神秘感，让学生体验到数学来源于生活，并为生活服务。从而让学生

真正获得充满生命力的数学知识，体验数学的无穷乐趣。

本节课有以下几个亮点：

- (1) 数学史的介绍让学生感受到数学文化的熏陶；
- (2) 学生举例，师生共同解决，知识源于课本，又更富于实际意思；
- (3) 利用几何画板动态演示，而不是死板的放映图片，真正体现多媒体辅助教学。

柱、锥、台、球的结构特征

滕州市第一中学 周勇 胡勤涛

教学背景：新课程标准为高中教学带来了崭新的理念。目前，枣庄市高中学校选择使用了人民教育出版社出版的 A 版教科书。下面是我执教的高一新课程必修 2 中一节的一个教学案例，内容是柱、锥、台、球的结构特征。

根据新课程标准，“立体几何初步”这一章首先通过直观感知、观察，发现柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，然后归纳出空间中线面平行，垂直的判定和性质，这样就把对事物的感性认识作为理论研究的基础，这种做法更符合人们的认知规律。这是与旧立体几何教材的重要区别。

作为立体几何的起始课，为达到新课标的要求，教师要留给学生足够的探索和学习时间，广阔的活动和研究空间，这样，从一开始就培养学生的问题意识、研究意识、创新意识、合作意识和实践能力，打造立体几何教与学的良好开端。

教学描述：

课题：柱、锥、台、球的结构特征。

目标要求：

通过观察模型、图片、课件，使学生理解并能归纳出柱、锥、台、球的结构特征。

- (1) 通过对柱、锥、台、球的观察分析，培养学生的观察能力和抽象概括能力。
- (2) 通过教学活动，逐步培养学生探索问题的精神。

第一课时教学重点和难点：

棱柱、棱锥、棱台结构特征的归纳。

课前准备：

(1) 课题预告：

假如你是一名数学教师，请设计一个本节课的学习方案。（布置预习内容与任务）

(2) 参观考察，直观感知：

在学习本节之前，利用课外活动时间，参观考察校园建筑，参观神州五号载人航

天飞船模型。

为群策群力，各尽所能，这期间将学生分成以下四组。

(1) 摄影组：在参观期间，拍摄具有典型几何结构特征的建筑物，航模等照片。
(由学校电教室提供数码相机)

(2) 图片组：上网收集世界著名建筑图片，并负责将摄影组提供的照片录入电脑。
(我校电教设备齐全，校园网已开通)

(3) 模型制作组：负责制作柱、锥、台、球体的模型。(利用橡皮泥，塑料插件，硬纸板等材料制作)

(4) 课件制作组：在老师指导下，学生自行制作或到网上下载有关课件，并在学习本节课的前一天，对图片、课件进行整合。

教学过程：

师：“不识庐山真面目，只缘身在此山中”，此刻，我们坐在宽敞、明亮的教室里，对于陪伴我们学习，呵护我们成长的教室，大家曾否注意过它？

生：(笑)没有。

师：(还之以笑)这我是知道的，大家上课是向来不分心的。不过，今天我们还真得“分分心”，看一看教室，它给我们什么样的形象？

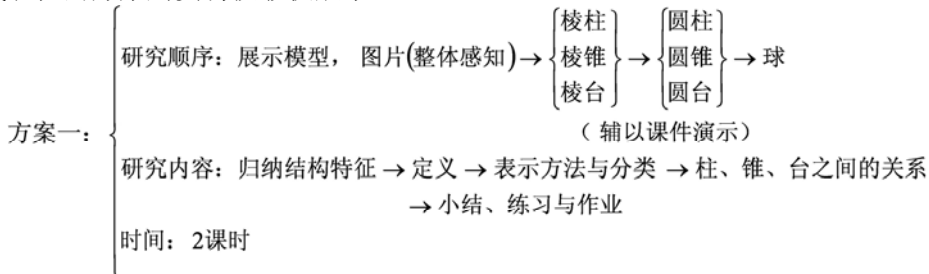
生：棱柱的形象，四棱柱的形象，长方体的形象(学生众口不一，从不同角度回答)。

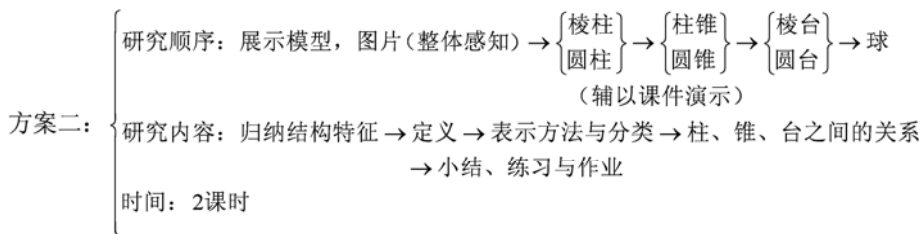
师：是啊，我们认识周围的物体，往往先从“形”的角度把握它们，描述它们的几何结构特征。今天，我们一起跨进立体几何的大门，来领略空间中的数学美——

柱、锥、台、球的结构特征(板书课题)

师：最近几天来，我们考察了形形色色的几何体，付出了辛苦的劳动。首先，请大家拿出自己设计的本节课的学习方案，同位之间交流一下。

(学生争相研讨，热情很高，把自己拟定的方案写在纸上，3分钟后，选择两份有代表性的方案用实物投影仪展示)：





经师生共同研讨，决定选用方案一。

生 1（模型制作组组长）：请大家看我们组制作的模型。（各种各样的柱、锥、台、球模型在同学们中间传看，对他们的精美制作，大家报以热烈的掌声，而后，由两位同学把模型收齐后，放在讲台上师生共赏）

生 2（图片组组长）：（快步走到讲台电脑前，握住鼠标）请大家欣赏我们的图片。

（点击图片文件夹，顿时，一张张图片陆续呈现在大家面前：古埃及金字塔，人民英雄纪念碑，学校天文台观测台，教学楼，神州五号航天飞船模型……）

（一幕幕辉宏的建筑群，巧夺天工的设计，逼真的神五航模，激荡着同学们的心）

生：（情不自禁地）太漂亮了。

师：是啊，数学，就在我们身边，我们青年一代，要身体力行，学习数学，实践数学，不断开拓创新，我们就是数学的主人！（学生备受鼓舞，精神振奋）

师：按照我们的方案一，先来研究棱柱。请同学们说一说棱柱的结构特点。（放棱柱图片投影，观察教科书第二页中的图形（2）、（5）、（7）、（9））。

生 3：我认为棱柱有两个本质特征：

（1）有两个面互相平行；

（2）其余各面都是平行四边形。

师：很好，你能给出棱柱的定义吗？

生 3：有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱。

师：这位同学结合自己的理解给出了棱柱的定义，与课本上的定义不一样。请问，课本为什么不采用咱们给出的定义呢？（学生顿感茫然）

生 4：我认为 XX 同学给出的定义不能采用。

（说完，他走上讲台，动手演示了他在人教社的网上下载的一个课件，如图 1 所示）

（学生看后恍然大悟，表示赞同）

师：很好，XX 同学考虑的很全面，那么，请你表述一下棱柱的定义。

生 4：（站在讲台上）一般有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体叫棱柱。

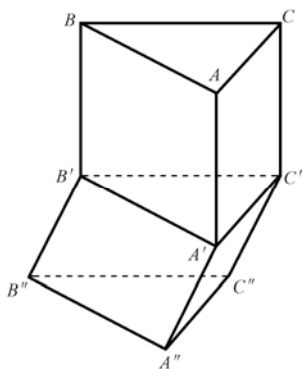


图 1

（接下来，他拿起讲台上一个棱柱模型，指出了棱柱的主要元素：底面，侧面，侧棱，顶点）（如图 2 所示）

（同学们对他的表现很满意）

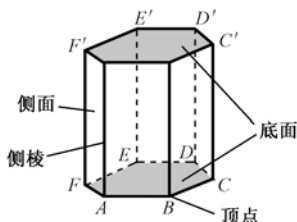


图 2

师：这位同学理解的很好，看来，棱柱的本质特征有三个，除了同学 3 归纳的之外，还有第三条：每相邻两个四边形的公共边都互相平行。

师：下面我们来看大屏幕。（几何画板演示）如图 3 所示，过 BC 的截面截去长方体的一角，所得到的几何体是不是棱柱？

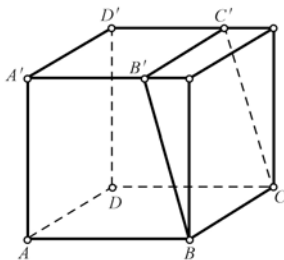


图 3

生 5: 不是棱柱, 虽然上下两平面平行, 但其余四个面不符合棱柱结构特征的第二条。

师: 有没有不同看法?

生 6: 我认为不能光看放置位置, 判定一个几何体是不是棱柱, 要依靠定义, 其实, 若把前后两个面视为底面, 该几何体符合棱柱定义的两个条件。

师: 分析的很好, 下面大家看大屏幕?

(观察长方体, 螺母模型, 问: 有多少对平行的平面? 能作为棱柱底面的有几对? (如图 4 所示)

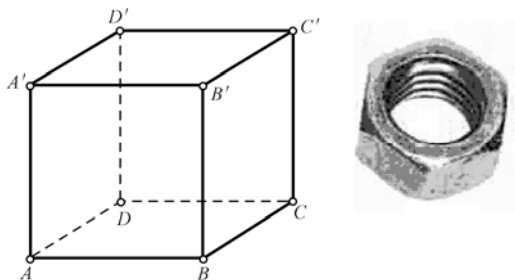


图 4

生 7: 长方体, 平行平面共有三对, 每一个面都可以作为棱柱的底面;

螺母模型中, 平行平面共有四对, 但能作为棱柱底面的只有一对, 即上下两个平行平面。

师: 很好, 这就表明, 棱柱的任何两个平行平面, 并不一定都能作为棱柱的底面, 要始终以定义作为判定标准。下面, 请大家考虑: 我们应以什么标准对棱柱进行分类?

生 8: 棱柱的差异主要体现在底面多边形的边数上, 根据底面多边形的边数, 我们可以把棱柱分为三棱柱, 四棱柱, 五棱柱……

师: 很好, 刚才, 我们系统研究了棱柱的结构特征, 下面请大家以学习小组为单位, 总结一下刚才讨论棱柱结构特征的方法, 并以此为参照研究棱锥、棱台的结构特征。

(学生展开激烈的讨论, 3 分钟后, 分别有 2 名学生代表到讲台上, 结合课件分别讲解棱柱、棱台的结构特征)

(师生换位, 学生热情高涨, 课堂上问与答频繁, 研究氛围浓厚)

师: (12 分钟后) 大家讨论的很激烈, 研究的很全面, 棱柱、棱锥、棱台作为三个不同的几何体, 它们之间有无联系?

生 9 (课件组一名学生, 走上讲台用几何画板演示动画): 把棱台的上底面扩大, 使上下底面全等, 就是棱柱, 棱台的上底面缩为一个点就是棱锥。

师：分析的很好，世界万物虽千差万别，但也充满了联系。XX 同学用联系的观点看待事物，很值得我们大家学习。（学生备受启发和鼓舞）

师：时间过得真快，但我们的研究尚未结束，请大家借鉴今天的研究方法，去探究圆柱、圆锥、圆台、球的结构特征。研究是无止境的，相信大家会在不断的学习和研究中，结出累累硕果，取得知识和能力的双赢。

教学分析：

新课程的教学应更注重学生的探索过程，展示知识的发生、发展过程，培养学生的学习能力。知识的引入强调背景，使教材生动、自然而亲切，让学生感到知识的发展水到渠成、自然而然，而不是强加于人。本节课在教学中充分利用学生自己制作的模型、收集的图片及网络资源，并尽可能使用计算机展示动态的图形，使感性知识成为理性知识的基础。

教学反思：

新课程的编排特点和学习方式的变化，使课堂教学方法发生了重大变化。新课程提倡教学目标综合化，多元化和均衡性，知识的直观化，能使学生在获得对数学知识理解的同时，在思维能力，观察能力，情感态度与价值观等多方面得到进步和发展。以本节为例，教学任务（目标）分解如下：

- （1）通过观察模型、图片，使学生理解并能归纳出柱、锥、台、球的结构特征。
- （2）通过对柱、锥、台、球的观察分析，培养学生的观察能力和抽象概括能力。
- （3）通过教学活动，逐步培养学生探索问题的精神。

本节课的学习是学习立体几何的开始，新课程设计为先从空间几何体的整体观察入手，并在教材中设置“观察”、“思考”、“探索”等栏目。真正体现出学生的主体地位，培养学生的研究意识和探究精神。

鉴于此，本节课的教学设计要真正体现出学生的主体地位，以学生活动，学生探究为主，把数学与生活联系起来。

具体来说，新理念在本节课有如下体现：

（1）寓教学于情境之中，体现了学生学数学的乐趣。留给学生广阔的活动天地，广阔的研究空间，取得了很好的效果。

（2）体现“双主体”的原则，摆正了教师在教学中的位置。

本节课的组织与实施，充分体现了教师的主导和学生的主体性相结合的原则。整堂课充满了民主、平等与关爱，教师扮演的是组织者、引导者、参与者的角色，变以前“教的课堂”为现在“学的课堂”，让学生真正成为课堂的主人。

（3）面向全体学生，使不同的学生均得到不同的发展。

本节课学生的参与量大，学生在平等、尊重、信任、理解和宽容的氛围中受到激

励和鼓舞，合作学习井然有序。

新课程积极倡导合作学习的学习方式。本节课让学生真正介入，在合作中共同研究，共同学习，共同进步，并取得了很好的成效。合作学习将会对学生的成长产生深远的影响。

(4) 不拘泥于教材，创造性地使用教材。

新课标指出：教师可以不拘泥于教材形式，可以不完全按教材教学，只要以新课标为依据，达到新课标规定的整体性的理论和目的就可以了。因此，本节课的设计打破了教材设计的框架。真正站在学生发展的角度上，教师宏观调控，师生共同设计探究。

(5) 教学内容生活化，体现了数学与生活的密切联系。

柱、锥、台、球体广泛存在于我们的周围。学生们就地取材（例如：拍摄学校建筑楼群，神州五号航模等），这就让学生真正意识到数学来源于生活。这样容易增强学生学好数学的信心，并能真正意识到学好数学的重要性。

总之，新课程的实施，既是对师生的挑战，又是一次难得的机遇，我们应乘着新课改的东风，实现学与教的完美结合，开拓学数学、教数学的新天地。

《圆的方程》单元教学设计

冠县第一中学 刘云华

这一单元的难点有三个，第一个是圆的方程的应用；第二个是方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 在什么条件下表示圆；第三个是求轨迹方程的方法。

我在教学中着重抓好下列几个方面。

(1) 渗透数学思想方法的教学。

数学思想方法是指数学科学在千百年的发展过程中形成的提出、发现、论证和解决数学问题的思想体系、处理技巧与思维方法。也就是怎样用数学知识体系去分析和解决我们所面临的问题的一种思想境界。数形结合是重要的数学思想方法之一，而解析几何最基本的研究方法是数形结合法。学生往往在解题时不会根据要求做出图形，结合题意与图形特点对照，不会根据图形特征抽象出其性质进行分析问题。针对这一情况，我在教学中注重数形结合思想方法的运用。如，“圆的标准方程”中例3：已知圆心为 C 的圆经过点 $A(1,1)$ 和 $B(2,-2)$ ，且圆心 C 在直线 $l: x-y+1=0$ 上，求圆心为 C 的圆的标准方程。

我提问学生：“求圆的标准方程，就是要求出什么几何要素？”学生都会回答：“求出圆心坐标和圆的半径。”我又点名提问：“本题关键是求圆心坐标，应如何求

解？”学生想了片刻回答不出来，于是我叫全班学生根据题意画出图形并用平面几何知识找出圆心位置，让学生展开讨论，很快学生就找到了解法。

(2) 利用课本中“探究，思考，提示，问题”专栏，进行小组讨论，自主学习。

《标准》倡导积极主动、勇于探索的学习方式，要求学习自主探索、主动学习而获得知识，鼓励学生积极参与过程学习。为了体现这一新理念，教材中设有“探究，思考，提示，问题”，提出击中要害的关键问题。这些问题不应由老师直接告诉学生，应由学生先讲、先做。体现出学生能够说的，教师不说；学生能做的，教师不做；学生能想到的，教师不提醒。在小组讨论中要让学生阐述自己的见解。如我在教学圆的一般方程定义中，先是利用课本中的“探究”专栏：方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 在什么条件下表示圆？让学生进行讨论探索结论。由于有学生课本中的思考题：“ $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 表示什么图形”做基础，故学生会动手先经配方变形然后展开讨论，引导学生进一步探索得出结果，教学中的难点就得到解决。

(3) 恰当使用信息技术。

信息技术在教学中的优势主要表现在快捷的计算功能，丰富的图形呈现与制作功能等。若我们恰当地使用现代信息技术，发挥信息技术的优势能帮助学生更好地认识和理解数学并顺利地解决数学中的难点问题。

如“圆的一般方程”中的例5，已知线段 AB 的端点 B 的坐标是 $(4,3)$ ，端点 A 在圆 $(x+1)^2+y^2=4$ 上运动，求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程。

由于本题点 $M(x,y)$ 所满足的条件是不明显的，学生第一次遇到此类问题，解题有一定的困难。我就利用多媒体进行教学，拖动 A 点在圆上运动，让学生观察是什么图形（是一个圆）？于是我问学生能不能确定圆心的位置和圆的半径（不能）？我因势利导，引导学生分析用转移法求轨迹方程的方法进行求解。这样通过信息技术的处理，使学生理解这种解法的奥秘。

(4) 让学生参与学习的全过程。

《标准》强调在高中数学教学活动的师生互动，明确指出“必须关注学生的主体参与、师生互动”，所以我们在教学中必须鼓励学生积极参与数学教学活动，让学生经历“数学化”、“再创造”的活动过程，不断地构造和完善认知结构的过程。

如学习完上例后，让学生做课本的B组题：等腰三角形的顶点 A 的坐标是 $(4,2)$ ，底边一个端点 B 的坐标是 $(3,5)$ ，求另一个端点 C 的轨迹方程，并说明它是什么图形。

此题先让学生独立完成，并指名黑板表演，经观察，学生们都为自己的胜利而感到高兴，但90%以上求出的方程是 $(x-4)^2+(y-2)^2=10$ ，而忽视了题目的隐含条件：“ C 与 B 不能重合， C 与 B 关于 A 的对称点也不能重合”。我提醒学生“题中有无隐含条件？”学生才恍然大悟。接着让学生完善解题后，总结出求轨迹方程的解题步骤。由于学生参与了解题的全过程，对出现错误的印象非常深刻，使学生会指出求轨迹方

程应注意的问题。

《循环结构》的教学片段设计

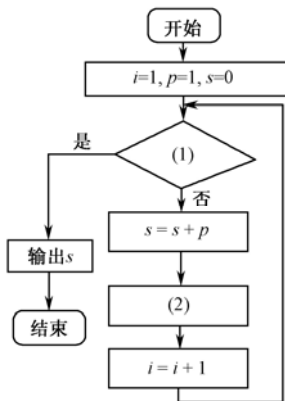
济钢高级中学 裴春梅

算法与框图是新课程新增内容，而循环结构是这一部分的教学与学习重点和难点。我根据新课标倡导的学习理念和建构主义的学习理论，设计了如下教学片段进行试验，效果不错。

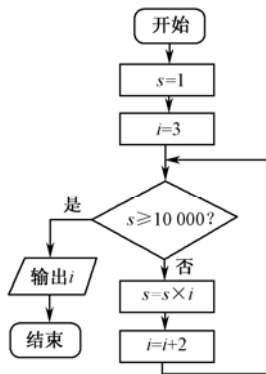
(1) 问题提出：请同学们阅读以下两个题目，分组讨论然后给出解答。

题 1：给出 30 个数：1，2，4，7，……，其规律是：第 1 个数是 1，第 2 个数比第 1 个数大 1，第 3 个数比第 2 个数大 2，第 4 个数比第 3 个数大 3，依此类推。要计算这 30 个数的和，现已给出了该问题算法的程序框图（如题 1 图所示），请在图中判断框内 (1) 处和执行框中的 (2) 处填上合适的语句，使之能完成该题算法功能。

题 2：如题 2 图程序框图，则该程序框图表示的算法的功能是_____。



题 1 图



题 2 图

(2) 学生阅读题目并展开讨论。

(3) 请同学给出答案并作简要解释。

(提问多组同学，经过分析对比得到正确答案)

题 1：(1)处应填 $i \leq 30$ ；(2)处应填 $p = p + i$ ；

题 2：计算并输出使 $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times \underline{\hspace{1cm}} < 10\,000$ 成立的最小整数。

(4) 问题拓展：

提出问题 1

① 第 1 题变量 i 的作用是什么?

② 第 1 题的循环体是什么?

分析: ① 该算法使用了循环结构, 因为是求 30 个数的和, 故循环体应执行 30 次, 其中 i 是计数变量, 因此判断框内的条件就是限制计数变量 i 的, 故应为 $i \leq 30$ 。

② 算法中的变量 p 实质是表示参与求和的各个数, 由于它也是变化的, 且满足第 i 个数比其前一个数大 $i-1$, 第 $i+1$ 个数比其前一个数大 i , 故应有 $p = p + i$ 。

提出问题 2

第 2 题变量 i 的作用是什么?

分析: i 不但是计数变量, 而且参与循环体运算, 并且为最后输出值。

提出问题 3

① 第 2 题变量 i 的初值若赋值为 1, 是否影响最后输出值?

② 第 2 题能否将步长由 2 变为 1?

分析:

① 初值 $i=1$ 与 $i=3$ 比较, 只是在乘积前多乘了个 1, 不影响最后输出值, 但是循环却多进行了一次。

② 观察所成的数均为奇数, 可考虑

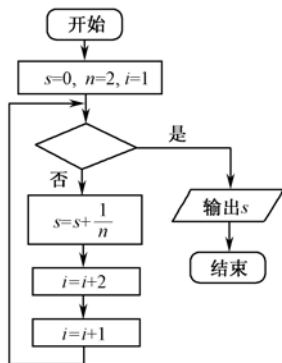
a. 将 $S=1$ 替换为 $S=1, n=1$;

b. 将 $i=3$ 替换为 $i=2n-1$ 或 $i=2n+1$;

c. 将 $i=i+2$ 替换为 $n=n+1$ 。

(5) 巩固反馈:

题 3: 在题 3 图判断框内填入不同条件, 并说明程序的作用。



题 3 图

教学设计分析:

第一, 循环结构是程序框图中难度最大的一部分内容。传统教学中教师提前准备好要讲的内容, 在课堂上按照设计好的路线进行讲解, 同时穿插一些提问, 而所提的问题又主要是对一些事实信息的回忆, 学生只是像填空一样给出简短的回答, 往往没有多大思考的余地, 这很难在教师和学生之间形成持续的、深入的沟通和讨论, 学生很难真正理解和掌握循环结构的知识。因此, 本节课的设计上首先采用了自学讨论式的教学方法。要求学生分组讨论, 使学生之间进行更充分的沟通和合作, 从而使每个学习者都有自己的经验世界, 不同的学习者可以对某种问题形成不同的假设和推论。

第二, 学生对知识的理解和运用的程度是评价一节课的重要标准。而能否用自己的语言去解释、表述所学的知识; 能否运用这一知识解决变式问题是判断学生是否掌

握所学的知识的依据。问题拓展会起到“举一反三”（各种形式不同的框图问题围绕着求解循环结构的方法探究）和“举一反三”（一个循环结构问题的不同呈现形式）的学习效果。题3的提出与解决可以较好的检验学生是否达到了本节课的学习目标。

第三，在传统教学中，教师一般在教学之初先讲解所要学习的概念和原理，而后再让学生去做一定的练习，尝试去解答有关的习题，其潜在的假设是：学和做是两个过程，必须先学了，先知道了，才能去做，去解决有关的问题。建构主义则以相反的思路来设计教学：“在问题解决中学习”。教师可以针对所要学习的内容设计出具有思考价值的、有意义的问题，首先让学生去思考、去尝试解决，在此过程中，教师可以提供一定的支持和引导，组织学生讨论、合作，但这都不应妨碍学生的独立思考，而应配合、促进问题的解决过程。

《向量的加法》教学设计

山东省实验中学 潘洪艳

向量是近代数学中最重要和最基本的数学概念之一，是沟通代数和几何的一种工具。纵观整个中学数学教材，向量是一个知识的交汇点，它在平面几何、解析几何、立体几何以及复数等章节中都有着重要应用。

向量可以进行丰富的代数运算，它提供了一个非常广泛的运算平台。向量的每一个运算都蕴含着重要的几何背景，给我们的运算提供了新的面貌，而且提供了研究几何的一种重要的方法。所以作为一个新的运算对象，在我们研究整个高中数学中发挥了重大的作用。

本节课的主要内容是向量的加法、向量加法的三角形法则和平行四边形法则以及向量加法的运算律，初步展现了向量所具有的优良运算通性，为后面学习向量的其它知识奠定了基础；同时，加法法则又是解决物理学、工程技术中有关问题的重要方法之一，体现了数学来源于实践，又应用于实践。

【方法简述】

本节课有着丰富的实际背景，教法上本着“以教师为主导，以学生为主体，以问题解决为主线，能力发展为目标”的指导思想，结合我校学生实际，主要采用“问题导引，自主探究”式教学方法。通过创设问题情境，使学生对向量加法有了一定的感性认识；通过设置一条问题链，引导学生在自主学习与合作交流中经历知识的形成过程；通过层层深入的例题与习题的配置，引导学生积极思考，灵活掌握知识，使学生从“懂”到“会”到“悟”，提高思维品质，力求把传授知识与培养能力融为一体。

【目标定位】

数学教学不仅仅是知识的教学、技能的训练，更应使学生的能力得到提高。本节课应使学生掌握向量的加法定义，会用向量加法的三角形法则和平行四边形法则做出两个向量的和向量；掌握向量加法的运算律，并会用它们进行向量计算。在学生经历向量加法法则的探究和应用过程中，体会数形结合、分类讨论等数学思想方法，进一步培养学生归纳、类比、迁移能力，增强学生的数学应用意识和创新意识。注重培养学生积极参与、大胆探索的精神以及合作意识；通过让学生体验成功，培养学生学习数学的信心。在教学中重点应为向量加法的两个法则及其应用；难点是对向量加法定义的理解。突破难点的关键是抓住实例，不断渗透数形结合的思想，使学生从感性认识升华到理性认识。

【课堂设计】

1. 情境引入

今年夏天，我国某些地区洪灾泛滥，某城外有一条东西流向的大河，河两岸高筑堤坝，河宽 4km，水深 10m，当时河水流速为 4km/h，有一天，三名巡防员在巡逻中发现正对岸堤坝有一处决口，情急之下，三人跳上船以 8km/h 的速度直向决口处驶去。大家想一想：如果船不改变方向，他们能否准确、及时到达出事地点？

基于学生已有的物理知识，应该容易得出：船的实际速度应该是船的行驶速度和水的速度的合成。教师抓住学生对此问题方析的实质：速度是矢量，矢量的合成与数量相加不同，要考虑方向。提出第二个问题：根据已有经验，还能举出一些关于矢量合成的例子吗？

学生根据生活和物理知识可举出很多例子，一般有以下想法：力的合成，位移、速度的合成。

（目的：从学生熟悉的物理问题展开，其中，位移的合成体现了“首尾相接”的两个向量如何相加，力的合成体现了共起点的两个向量如何相加。学生在具体、直观的问题中观察、体验，形成对向量加法概念的感性认识，为突破难点奠定基础。）

让学生在充分思考的基础上分组交流，鼓励学生大胆表述，而后每组派代表阐述自己的见解，老师对认识正确的同学要大加赞赏，对学生的错误见解请学生评议，但要及时鼓励学生。

2. 概念形成

老师指出：上述例子说明向量可以相加，求两个向量和的运算叫做向量的加法。这便是今天我们研究的内容——向量的加法（板书课题）。

让学生在实例的基础上抽象出数学问题，即问题 2：对于任意的向量 \boldsymbol{a} 和 \boldsymbol{b} ，如何定义向量的加法 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 。

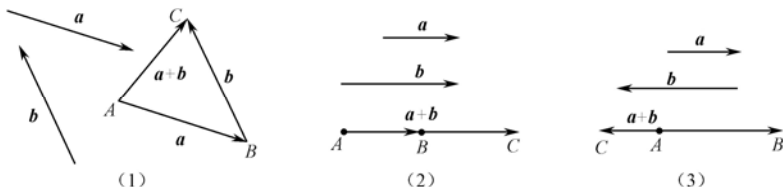
让学生任意作出两个向量 \boldsymbol{a} 和 \boldsymbol{b} ，自主探究后分组合作。学生在思考讨论后由学生上讲台展示并讲解自己组的研究成果：可能会有学生用三角形法则作图，也可能会有学生用平行四边形法则作图。教师要引导学生补充并注意特殊情况：如何求两个平行向量和以及零向量和任意向量 \boldsymbol{a} 的和。

（目的：把探求新知的权利交给学生，为学生提供宽松、广阔的思维空间，让学生主动参与到问题的发现、讨论和解决等活动上来。而且在探究交流过程中学生对向量加法的认识逐步由感性上升到理性，并学会合作，学会欣赏别人。）

在师生、生生的交流中，达成共识。

向量求和的法则：

（1）向量求和的三角形法则。



语言表述：已知向量 \boldsymbol{a} 和 \boldsymbol{b} ，在平面内任取一点 A ，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$ ，则向量 \overrightarrow{AC} 叫做 \boldsymbol{a} 与 \boldsymbol{b} 的和（或和向量），记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ ，即 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ 。

在介绍完向量加法的三角形法则以后，可强调其中反映出来的沙尔定理： $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$ ，从左往右看“合二为一”的功能，从右往左看“一分为二”的功能，为以后解题提供思路，并简介数学家沙尔（法国数学家，几何史学家），增加学生的数学史知识。

（2）向量求和的平行四边形法则：



语言表述：已知两个不共线向量 \boldsymbol{a} 和 \boldsymbol{b} ，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ ，则 A, B, D 三点不共线，以 \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AD} 为邻边作平行四边形 $ABCD$ ，则对角线上的向量

$$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$$

老师利用多媒体演示两向量相加，使静态的知识以鲜活的面容呈现在学生的面前。

（目的既帮助学生理解定义，又渗透了数形结合分类讨论思想，且使学生进一步熟悉求两个向量的和向量的几何作图技能。）

3. 概念深化

老师引导学生比较两个法则，引导学生思考：

问题 3：两种法则有什么关系？

在刚才讨论的基础上，学生很快发现：向量加法的三角形法则与平行四边形法则是一致的，但两个向量共线时，三角形法则更有优势。

（目的：在比较中掌握知识，为灵活应用公式打下基础。）

老师紧接着提出：

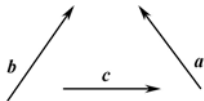
问题 4：两个向量的和仍为一个向量，那和向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的方向与 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的方向有何关系？ $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 与 $|\mathbf{a}|, |\mathbf{b}|$ 有何关系？

学生分组讨论，互相启发，补充。老师完善结论。

（目的：在强调新知识的同时，引导学生及时与旧知识进行对比，使学生体会“向量和”与“数量和”的区别，对向量加法运算的认识更加深入。）

（对向量加法定义的理解是本节课的难点，通过层层深入的问题设计，将难点化解在三个符合学生实际而又令学生迫切想解决的问题中。）

例 1 根据图中所给向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ ，画出下列向量。



(a) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$; $\mathbf{b} + \mathbf{a}$

(b) $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$; $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$

根据例 1 提出：

问题 5：由例 1 你得出了什么结论？

学生立即发现向量加法满足交换律和结合律，即：

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a} \qquad (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$$

从而，多个向量的加法可以按照任意的次序与任意的组合进行。

（目的：及时巩固新知识将运算律的证明作为加法法则的应用，即做了向量加法（作图）的练习，又证明了交换律与结合律。）

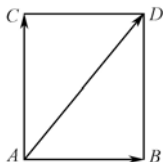
问题 6：如何求平面内 $n(n > 3)$ 个向量的和向量？

在思考中学生发现： $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \cdots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n} = \overrightarrow{OA_n}$ ，于是老师再提出问题：若点 O 与点 A_n 重合，你将得出什么结论？请例举其实际模型。若将 n 个向量的起点重合，再例举其实际模型。

（目的：渗透数学中“一般化”的思想方法，完善知识结构，并使学生体会应用三角形法则的便捷性。举实例使学生认识到数学与生活间的紧密联系，进一步培养学生的数学应用意识和探索创新能力。）

4. 应用举例

例2 如下图，一艘船从A点出发以 $2\sqrt{3}$ km/h的速度向垂直于对岸的方向行驶，同时河水的流速为2km/h。求船实际航行速度的大小与方向（用与流速的夹角表示）。



学生独立思考后，教师强调要点，并用多媒体演示。

（目的：使学生进一步加深对知识的掌握，并体验数学在解决实际问题中的作用，增强应用意识。）

5. 练习反馈

(1) \mathbf{a} 表示“向东走2km”， \mathbf{b} 表示“向南走 $4\sqrt{3}$ km”，则 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ 表示_____。

(2) 在四边形ABCD中， $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} =$ _____。

学生练习：在整个练习过程中，教师做好课堂巡视，加强对学生的个别指导。

（目的：巩固所学知识，进一步促进认知结构的内化，并且可使学生对自己的学习进行自我评价，也便于教师及时了解学生的学习情况，以进一步调整教学。）

6. 归纳小结

学生自己从所学到的数学知识、数学思想方法两方面进行总结，提高学生的概括、归纳能力。同时，学生在回顾、总结、反思的过程中，将所学知识条理化、系统化，使自己的认知结构更趋合理。注重数学思想方法的提炼，可使学生逐渐把经验内化为能力，从而走向新的高点。

7. 布置作业

(1) 书面作业：P89 练习 A2，练习 B 1、B2、B3。

(2) 研究与思考：

① 用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形。

② O 为三角形ABC内一点，若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，则 O 是三角形ABC的()。

a. 内心 b. 外心 c. 垂心 d. 重心

③ 例2中若船想以 $2\sqrt{3}$ km/h的速度垂直到达对岸，问船航行速度的大小和方向是多少？

第一层次要求所有学生都要完成，第二层次则只要求学有余力的同学完成。研究

思考的①和②用向量方法证明平面几何问题，不仅开阔了学生的思路，而且再一次体现了向量的工具性：沟通几何与代数的桥梁。

分层次作业既巩固所学，又为学有余力的同学留出自由发展的空间，培养学生的创新意识和探索精神。同时为下节课内容作好铺垫，将探究的空间由课堂延伸到课外。

【教有所思】

向量的加法是学习向量其他运算的基础，它在实际生活、生产中有广泛的应用，而且学生在高一物理中已学过矢量的合成（物理学中的矢量相当于数学中的向量），这为学生学习向量知识提供了实际背景。

高中学生的思维水平已发展到辩证思维的形成阶段。从能力上讲，他们能够通过观察、比较、归纳等方式来认识新知识，结合学生的特点及本节课的内容，在教学中采用了“问题导引，自主探究”式的教学方法，从学生熟悉的实际问题入手，使学生对向量的加法有了一定的感性认识，并且形成各自对向量加法概念的了解，再引导学生抓住实质，抛开个性的东西，抽取共性的内容，在相互交流、启发、补充、争论中，自己抽象概括出定义，经历了知识的形成过程。通过对问题3至问题6的分析、反思、深化，使学生的思维步步深入，在自我发现、自我解决问题的过程中，深刻理解了向量的加法的定义。

数学教学不只是关心学习者“知道了什么”，还要更多地关注学习者“怎么样知道的”。因此，在教学中注意引导学生主动参与，自主探究问题，加强合作交流。

运算是我们整个数学课程的一条基本的脉络，高中的课程中丰富了运算的内容，丰富了利用运算解决问题的内容。教学中让学生把义务教育阶段和高中阶段的运算进行整体的认识，对于学好高中课程是非常重要的事情。

等差数列的前 n 项和

——探究式课堂教学案例

济宁市第一中学 齐龙新

教学目标：

(1) 通过等差数列前 n 项公式的自主探究，让学生体验数学公式产生、形成的过程，培养抽象概括能力、探究能力、创新能力、自主学习能力以及科学的思维方法。

(2) 理解和掌握等差数列的前 n 项和公式，并能利用公式解决一些实际问题，培养学生对数学的理解能力和逻辑推理能力。

(3) 从历史的角度注入数学活动的文化意义，拓宽学生视野，感受中华民族瑰丽

的文化宝藏，培养学生爱国主义精神。

教学重点：探索掌握等差数列的前 n 项和公式，并能利用公式解决一些实际问题。

教学难点：前 n 项和公式推导思路的形成。

授课类型：新授课。

教具学具：多媒体、实物投影仪、每个学生下发印有正向和倒向三角形图案的学案纸两张。

课件设计思路：

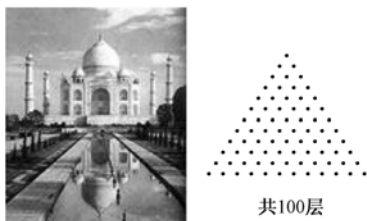
课件利用 powerpoint 设计。设计的目的是利用多媒体的优势增大课堂容量，辅助、引导学生进行科学探究，激发学生学习兴趣，通过课件演示在屏幕上完整地体现本节课的探究过程。

教学实施过程：

1. 创设情景，提出问题

泰姬陵坐落于印度古都阿格，是 17 世纪莫卧儿帝国皇帝沙杰罕为纪念其爱妃所建，它宏伟壮观，是世界七大奇迹之一。陵寝以宝石镶嵌，图案之细致令人叫绝。传说陵寝中有一个三角形的图案，以相同大小的圆宝石镶饰而成，共有 100 层，奢靡之程度，可见一斑。你知道这个图案一共花了多少宝石吗？

（多媒体放映泰姬陵的风光图片，屏幕上出现三角形图案）



2. 探索思路，体验过程

（1）学生展开讨论，根据高斯求 $1+2+3+\cdots+100$ 的故事来计算图形中的宝石个数。

讨论发现： $1+100=101$ ， $2+99=101$ ， \cdots 。这个数列的首相加末项等于第 2 项加倒数第 2 项，也等于第 3 项加倒数第 3 项，都是 101，依此类推，所以此数列有 50 个 101 构成，所以和是 5050。

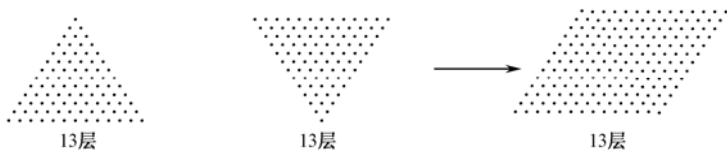
教师明晰：高斯被称为数学王子，他最著名的成就是尺规作正十七边形，在他的墓碑上也铭刻了一个正十七边形，以纪念这位数学巨人的光辉成就。

（2）提出问题，动手试验。

当图形中的层数是偶数时，成对出现首末项的和，三角形中宝石的个数很容易计算，但如果层数为奇数，且层数很多的情况下，显然高斯的这种算法就会比较麻烦。

那么，究竟应该如何来计算呢？

① 引导学生动手把两个三角形对成一个平行四边形（如下图）。



讨论得出：三角形中宝石的个数 S 等于平行四边形中宝石个数（ $13 \times (1+13)$ ）的一半。

教师明晰：

a. 公元前 500 年，希腊的毕达哥拉斯学派就是用刚才的拼平行四边形的方法求连续自然数的和。

b. 在刚才的过程中，正向三角形相当于 $S = 1 + 2 + \cdots + 12 + 13$ ，倒三角形相当于 $S = 13 + 12 + \cdots + 2 + 1$ ，二者相加，求出总数再一分为二，即 $S = \frac{13 \times (13+1)}{2}$ 。

② 类比刚才的研究过程来求 $S = 1 + 2 + \cdots + n$ 。

教师明晰：我们把这种研究的方法的称为“倒序相加”法，这种方法比起高斯的算法能够避免奇偶的讨论，比起毕达哥拉斯学派的拼平行四边形又有利于计算。

3. 拓展规律，得出结论

(1) 什么样的数列适合于“倒序相加”的方法呢？研究下列数列的求和：

① $1+3+5+\cdots+999$ ；

② $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+(\frac{1}{2})^{100}$ 。

引导学生得出：等差数列具有与首尾等距的两项相加之和相等的对称性，等差数列的第 m 项是 $a_1 + (m-1)d$ ，倒数第 m 项是 $a_n - (m-1)d$ ，两项相加正好是 $a_1 + a_n$ ，即首末两项的和。

(2) 让学生自己去推导等差数列的前 n 项和公式 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ ，让学生说出推导过程，教师在黑板上板书 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

教师明晰：从公式特征上来看知道等差数列的首项 a_1 和尾项 a_n 以及项数 n 这三个元素就可求出前 n 项和公式 S_n ，而我们知道，如果 a_1 和公差 d 确定了，那么等差数列也确定了，那么能否用 a_1 、 d 来表示 S_n 呢？

(3) 由学生自己结合通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 得出 $S_n = a_1 n + \frac{n(n-1)d}{2}$ 。

(4) 两个公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 与 $S_n = a_1n + \frac{n(n-1)d}{2}$ 有什么相同点和不同点, 各反应了等差数列的什么性质?

学生讨论后, 教师总结: 相同点是利用二者求和都必须知道首项 a_1 和项数 n ; 不同点是前者还必须知道末项 a_n , 后者还须知道公差 d , 因此在应用时要依据已知条件合适地选取公式。公式本身也反映了等差数列的性质: 前者反应了等差数列的任意的第 m 项与倒数第 m 项的和都等于首、末两项之和; 当 $d \neq 0$ 时后者反应了等差数列的前 n 项和是关于 n 的没有常数项的“二次函数”。

4. 体验公式, 简单应用

例 1 根据下列各题中的条件, 求相应的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

(1) $a_1 = -4, a_8 = -18, n = 8$;

(2) $a_1 = 14.5, d = 0.7, a_n = 32$ 。

注: 恰当地选用公式进行计算。

例 2 已知一个等差数列 $\{a_n\}$ 前 10 项的和是 310, 前 20 项的和是 1220, 由这些条件能确定这个等差数列的前 n 项和公式吗?

分析: 将已知条件代入等差数列前 n 项和公式后, 可得到两个关于 a_1 与 d 的关系式, 它们都是关于 a_1 与 d 的二元一次方程, 由此可以求得 a_1 与 d , 从而得到所求数列前 n 项和的公式。

解: 由题意知 $S_{10} = 310, S_{20} = 1220$, 将它们代入公式 $S_n = a_1n + \frac{n(n-1)d}{2}$, 得到

$$\begin{cases} 10a_1 + 45d = 310 \\ 20a_1 + 190d = 1220 \end{cases}, \text{解方程组得到 } a_1 = 4, d = 6, \text{ 所以 } S_n = 4n + \frac{n(n-1)}{2} \times 6 = 3n^2 + n.$$

注意:

(1) 教师引导学生认识到等差数列的前 n 项和公式就是一个关于 a_1, n, a_n 或者 a_1, n, d 的方程, 使学生能把方程思想和前 n 项和公式相结合, 再结合通项公式, 对 a_1, d, n, a_n, S_n 这五个量知其三便可求其二。

(2) 本题的解法还有很多, 教学时可以鼓励学生探索其他的解法。

例如: $S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \times 10 = 310$, 解得 $a_1 + a_{10} = 62$ ①

$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \times 20 = 1220$, 解得 $a_1 + a_{20} = 122$ ②

由②-①, 得 $10d = 60$, 所以 $d = 6$; 代入①得 $a_1 = 4$, 所以有

$$S_n = a_1n + \frac{n(n-1)d}{2} = 3n^2 + n$$

例 3 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + \frac{1}{2}n$, 求这个数列的通项公式。这个数列是等差数列吗? 如果是等差数列, 它的首项与公差分别是什么?

解: 当 $n > 1$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + \frac{1}{2}n - [(n-1)^2 + \frac{1}{2}(n-1)] = 2n - \frac{1}{2}$ ①

当 $n = 1$ 时, $a_1 = S_1 = 1^2 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$, 满足①式, 所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - \frac{1}{2}$ 。由此可知数列 $\{a_n\}$ 是一个首项为 $\frac{3}{2}$, 公差为 2 的等差数列。

思考: 一般地, 如果一个 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = pn^2 + qn + r$ (p, q, r 为常数且 $p \neq 0$), 那么这个数列一定是等差数列吗? 如果是, 它的首项与公差分别是什么?

练习:

(1) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 $S_n = \frac{1}{4}n^2 + \frac{2}{3}n + 3$, 求这个数列的通项公式。

(2) 求集合 $M = \{m | m = 2n - 1, n \in N^*, \text{ 且 } m < 60\}$ 的元素个数, 并求这些元素的和。

5. 拓宽视野, 感悟文化

2000 年 11 月 14 日教育部下发了《关于在中小学实施“校校通”工程的通知》。某市据此提出了实施“校校通”工程的总目标: 从 2001 年起用 10 年的时间, 在全市中小学建成不同标准的校园网。据测算, 2001 年该市用于“校校通”工程的经费为 500 万元。为了保证工程的顺利实施, 计划每年投入的资金都比上一年增加 50 万元。那么从 2001 年起的未来 10 年内, 该市在“校校通”工程中的总投入是多少?

教师引导学生分析: 每年“校校通”工程的经费构成公差为 50 的等差数列。问题实质是求该数列的前 10 项的和。

解: 根据题意, 每年“校校通”工程的经费构成首项为 500 公差为 50 的等差数列。那么, 从 2001 年到 2010 年 ($n=10$), 投入的资金总额为

$$S_{10} = 500 \times 10 + \frac{10 \times (10-1)}{2} \times 50 = 7250 \text{ (万元)}$$

答: 从 2001 年起到 2010 年, 该市在“校校通”工程中的总投入是 7250 万元。

(注: 教师引导学生规范应用题的解题步骤。)

练习: 在《九章算术》中有这样一个问题“今有女子善织, 日益功, 疾, 初日织五尺, 今一月织九匹三寸, 问日益几何?” (1 匹=40 尺, 1 丈=10 尺)。

教师明晰: 这里的益是增加的意思, 本题实质上是求等差数列的公差。《九章算术》著于东汉初年, 在其后的 1000 多年里, 一直作为中国数学的教科书, 并流传至日本、朝鲜及欧洲。中国古代的数学成就令人惊叹, 让我们感到自豪!

教学反思:

确定学生的主体地位,树立学生的主体精神,发挥学生的主体作用,本节课在上课过程中充分注意到了这一点。老师就象一个“电视谈话节目的主持人”,学生是“特邀嘉宾”,主持人的作用是穿针引线、营造气氛、创设情景、启发诱思、调节控制、链接搭桥、呈上启下、扶持帮助,给予“特邀嘉宾”尽可能多的活动空间与时间,让学生自觉地去探究,去练习,这样既加深了数学理解、数学沟通、又达到了主动学习的效果。同时本节课又注意到了适当地反映数学的历史、应用和发展趋势,帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观。美中不足的是由于本节课的设计容量比较大,在关注前 n 项和公式推导的同时,在课的最后阶段时间非常紧张,巩固强化工作显得单薄,这是一对棘手的矛盾。

课题: 瞬时速度与导数

(普通高中课程标准实验教科书人教社 B 版数学选修 1-1 § 3.1.2)

利津县第二中学 王宗武

教学目标:

(1) 知识与技能:

通过具体实例,经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的逼近过程,明确瞬时变化率即导数,从而形成导数概念。

(2) 过程与方法:

① 借助高台跳水问题,明确瞬时速度的含义。

② 以学生熟悉的平均变化率(平均速度)为载体,通过动手计算、观察、分析,来体会平均变化率对瞬时速度的逼近过程,培养学生探究概念的形成过程。

③ 以此实际问题为背景,抽象出导数概念,使学生认识到导数就是瞬时变化率,理解导数的内涵。通过问题的探究体会逼近、类比、从特殊到一般的数学思想方法。

(3) 情感、态度与价值观:

通过运动的观点体会导数的内涵,使学生认识到“瞬时与永恒”的辩证关系。学生掌握导数的概念不再困难,从而激发学生学习数学的兴趣。

教学重点、难点:

重点: 导数概念的形成, 导数内涵的理解。

难点: 以平均变化率为基础通过逼近的方法去探求瞬时变化率的过程, 导数内涵

的深刻理解。

教学用具、教学方法：

教学用具：电脑、多媒体、计算器。

教学方法：教师用问题启发、引导学生，通过由特殊到一般得到导数的概念；学生通过积极探究、讨论，逐步理解导数的定义和内涵，在这一过程中充分体现“一切为了学生发展”的教学原则，突出动——师生互动、共同探索，导——教师指导、循序渐进。

教学过程：

教学环节	教学内容	师生互动	设计思路																											
创设情景、引入新课	幻灯片 物体做变速运动时，物体运动的平均速度 $v_0 = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ，当 $ \Delta t $ 取一系列越来越小的值时，平均速度 v_0 取一系列数值，这一系列数值有什么特点？	提出问题，创设研究方向，突出问题研究主旨	引起学生的好奇，使学生带着问题走进课堂，激发学生求知欲																											
初步探索、展示内涵	引例：高台跳水运动中，运动员相对水面的高度 h 与起跳后的时间 t 存在函数关系 $h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$ 。计算运动员在 $t=2$ 时刻的瞬时速度 问题一：请大家思考如何求运动员的瞬时速度？	组织学生讨论，研究它附近的平均速度变化情况来寻找问题的思路，使抽象问题具体化	理解导数的内涵是本节课的教学重难点，通过层层设疑，把学生推向问题的中心，让学生动手操作，直观感受来突出重点、突破难点																											
	问题二：请大家继续思考，当 Δt 取不同值时，尝试计算 $\bar{v} = \frac{h(2 + \Delta t) - h(2)}{\Delta t}$ 的值？ <table><tr><td>Δt</td><td>\bar{v}</td><td>Δt</td><td>\bar{v}</td></tr><tr><td>-0.1</td><td></td><td>0.1</td><td></td></tr><tr><td>-0.01</td><td></td><td>0.01</td><td></td></tr><tr><td>-0.001</td><td></td><td>0.001</td><td></td></tr><tr><td>-0.0001</td><td></td><td>0.0001</td><td></td></tr><tr><td>-0.00001</td><td></td><td>0.00001</td><td></td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table>	Δt	\bar{v}	Δt	\bar{v}	-0.1		0.1		-0.01		0.01		-0.001		0.001		-0.0001		0.0001		-0.00001		0.00001		学生对概念的认知需要借助大量的直观数据，所以让学生利用计算器，分组完成问题二
Δt	\bar{v}	Δt	\bar{v}																											
-0.1		0.1																												
-0.01		0.01																												
-0.001		0.001																												
-0.0001		0.0001																												
-0.00001		0.00001																												
...																											

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计思路																												
初步探索、展示内涵	<p>问题三：当Δt趋于0时，平均速度有怎样的变化趋势？</p> <table><tr><th>Δt</th><th>\bar{v}</th><th>Δt</th><th>\bar{v}</th></tr><tr><td>-0.1</td><td>-12.61</td><td>0.1</td><td>-13.59</td></tr><tr><td>-0.01</td><td>-13.051</td><td>0.01</td><td>-13.149</td></tr><tr><td>-0.001</td><td>-13.0951</td><td>0.001</td><td>-13.1049</td></tr><tr><td>-0.0001</td><td>-13.09951</td><td>0.0001</td><td>-13.10049</td></tr><tr><td>-0.00001</td><td>-13.099951</td><td>0.00001</td><td>-13.100049</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table>	Δt	\bar{v}	Δt	\bar{v}	-0.1	-12.61	0.1	-13.59	-0.01	-13.051	0.01	-13.149	-0.001	-13.0951	0.001	-13.1049	-0.0001	-13.09951	0.0001	-13.10049	-0.00001	-13.099951	0.00001	-13.100049	<p>一方面分组讨论，上台板演，展示计算结果，同时口答：在 $t=2$ 时刻，Δt 趋于 0 时，平均速度趋于一个确定的值-13.1，即瞬时速度，第一次体会逼近思想；另一方面借助动画多渠道地引导学生观察、分析、比较、归纳，第二次体会逼近思想，为了表述方便,数学中用简洁的符号来表示，即</p> $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(2+\Delta t)-h(2)}{\Delta t} = -13.1$	<p>数形结合，扫清了学生的思维障碍，更好地突破了教学的重难点，体验数学的简约美</p>
	Δt	\bar{v}	Δt	\bar{v}																											
	-0.1	-12.61	0.1	-13.59																											
	-0.01	-13.051	0.01	-13.149																											
-0.001	-13.0951	0.001	-13.1049																												
-0.0001	-13.09951	0.0001	-13.10049																												
-0.00001	-13.099951	0.00001	-13.100049																												
...																												
	<p>问题四：运动员在某个时刻 t_0 的瞬时速度如何表示呢？</p> <p>t_0 时刻的瞬时速度 $\frac{h(t_0+\Delta t)-h(t_0)}{\Delta t}$，当 Δt 趋近于 0 时，趋于常数-9.8 t_0 +6.5，我们称它为 t_0 时刻的瞬时变化率（或瞬时速度）</p>	<p>引导学生继续思考:运动员在某个时刻 t_0 的瞬时速度如何表示？学生意识到将 t_0 代替 2，可类比得到 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h(t_0+\Delta t)-h(t_0)}{\Delta t}$</p>	<p>与旧教材相比，这里不提及极限概念，而是通过形象生动的逼近思想来定义 t_0 时刻的瞬时速度，更符合学生的认知规律,提高了他们的思维能力，体现了特殊到一般的思维方法</p>																												
	<p>练习</p> <p>如果知道气球的半径 r 和体积 V 的函数关系式是 $r(V)=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$，你会表示气球在体积为 V_0 时的瞬时膨胀率吗？</p>	<p>类比之前学习的瞬时速度问题，引导学生得到瞬时膨胀率的表示</p> $\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{r(V_0+\Delta V)-r(V_0)}{\Delta V}$	<p>积极的师生互动能帮助学生看到知识点之间的联系，有助于知识的重组和迁移，寻找不同实际背景下的数学共性，即对于不同实际问题，瞬时变化率富于不同的实际意义</p>																												
	<p>问题六：如果将这两个变化率问题中的函数用 $f(x)$ 来表示，那么函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的瞬时变化率如何呢？</p> <p>导数概念：</p> <p>函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的瞬时变化率是 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$，我们称它为函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数，记作 $f'(x)$ 或 $y' _{x=x_0}$，即 $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$</p>	<p>从特殊到一般，提出导数概念。</p> <p>例如：2 秒时的瞬时速度可以表示为 $h'(2)=-13.1$ 或 $y' _{t=2}=-13.1$</p>	<p>引导学生舍弃具体问题的实际意义，抽象得到导数定义，由浅入深、由易到难、由特殊到一般，帮助学生完成了思维的飞跃；同时提及导数产生的时代背景，让学生感受数学文化的熏陶，感受数学来源于生活，又服务于生活</p> <p>学生接受导数符号，了解极限符号的意义</p>																												

续表

循序 渐进、 延伸 拓展	例 1：竖直向上弹射一个小球，小球的初速度为 100m/s。试求小球何时速度为 0 瞬时变化率 $h'(t)=100-gt$ 令 $h'(t)=100-gt=0$ 解的 $t=10.2$	启发学生根据导数意义，研究瞬时变化率； 引导学生深入探究导数内涵	发展学生的应用意识，是高中数学课程标准所倡导的重要理念之一。在教学中以具体问题为载体，加深学生对导数内涵的理解，体验数学在实际生活中的应用
	变式练习：已知一个物体运动的位移（ m ）与时间 t （ s ）满足关系 $S(t)=-2t^2+5t$ （1）求物体第 5 秒和第 6 秒的瞬时速度 （2）求物体在 t 时刻的瞬时速度 （3）求物体 t 时刻运动的加速度，并判断物体作什么运动？	学生独立完成，上台板演，第三次体会逼近思想	目的是让学生学会用数学的眼光去看待物理模型，建立各学科之间的联系，更深刻地把握事物变化的规律
教学 环节	教学内容	师生互动	设计思路
归纳 总结、 内化 知识	（1）瞬时速度的概念 （2）导数的概念 导数就是瞬时变化率，瞬时变化率是平均变化率的逼近。 （3）思想方法：“以已知探求未知”、逼近、类比、从特殊到一般 背景拓展 古希腊大哲学家芝诺无法理解这种逼近，他只知道瞬间可以堆积成永恒，殊不知永恒也可以通过逼近来表现瞬间，这就是唯物辩证论。直到 17 世纪的工业革命，人们才逐渐认识到这种逼近。一旦认识到这种逼近，我们才定义了导数的概念——导数是研究变化的一种强有力的工具	引导学生进行讨论，相互补充后进行回答，老师评析 指出芝诺悖论的根源在于无法理解“瞬时与永恒”之间的辨证关系，升华学生的认识，并继续激发学习兴趣	让学生自己小结，不仅仅总结知识，更重要地是总结数学思想方法。这是一个重组知识的过程，是一个多维整合的过程，是一个高层次的自我认识过程，这样可帮助学生自行构建知识体系，理清知识脉络，养成良好的学习习惯 教师不失时机的进行数学文化渗透
作业 安排	（必做）第 87 页习题 A 组第 1、2、3 题 （选做）：思考第 87 页习题 B 组第 2 题	作业是学生信息的反馈，能在作业中发现和弥补教学中的不足，同时注重个体差异，因材施教	

教学反思

这节课由平均速度到瞬时速度再到导数，展示了一个完整的数学探究过程。提出问题、计算观察、发现规律、给出定义，让学生经历了知识再发现的过程，促进了个性化学习。

新教材不介绍极限的形式化定义及相关知识，而是用直观形象的逼近方法定义导数。通过列表计算、直观地把握函数变化趋势（蕴涵着极限的描述性定义），学生容

易理解。

这样定义导数的优点：

- (1) 避免学生认知水平和知识学习间的矛盾；
- (2) 将更多精力放在导数本质的理解上；
- (3) 学生对逼近思想有了丰富的直观基础和一定的理解，有利于在大学的初级阶段学习严格的极限定义。

椭圆的标准方程

(新课程人教(B版)选修2-1)

昌邑市第一中学 李景丽

(1) 教学目标：

- ① 理解椭圆的标准定义及相关概念；
- ② 能由椭圆的定义推导椭圆的标准方程；
- ③ 能求椭圆的标准方程。

(2) 教学重点与难点：

- ① 椭圆的定义；
- ② 椭圆的标准方程。

(3) 教具准备：小黑板、纸板、图钉、无弹性细线

(4) 学具准备：纸板、图钉、无弹性细线

(5) 教学基本流程

提出问题——合作交流，解决问题——反思解决问题的过程——简单应用、巩固知识

椭圆的标准方程的教学内容在新课程中仍处于比较重要的地位。本节课我曾在教学大赛中讲过，但感觉效果并不理想，主要原因在于对学生不敢放手，课堂过于拘泥于传统，教师包办太多。上学年，我进行了深入思考，这节课的重点之一是椭圆定义的引入，就此环节做了多种设计，考虑利弊，进行了最后的选择。

原来设计：

(1) 幻灯片呈现生活实际例子及图片：汽车油罐横截面的轮廓，行星和卫星的运行轨迹等。

(2) 教师画椭圆：利用两个图钉，一条一定长细线，一支粉笔，在准备好的黑板上演示椭圆形成过程。

- (3) 学生观察成图过程, 思考椭圆的特征, 给出定义。
- (4) 教师重复椭圆的定义, 并对条件强调几点, 说明相关概念。
- (5) 推导椭圆的标准方程, 指出两种形式特征。
- (6) 求椭圆的方程, 学生练习, 老师点评。
- (7) 小结, 作业。

本节课的反思: (主要是指定义引入方面)

(1) 教学目标方面: 两条线, 明线是椭圆的定义, 方程及简单应用; 暗线是通过椭圆定义的发生教学, 形成探究发现的意识和能力。

(2) 教学情景设计方面: 一个好的情景设计应该有鲜明的目标指向, 能融教学为一体。情景设计包括它的问题性, 指向性, 探究性, 现实性等。

(3) 学生活动方面: 教学设计要有利于学生的自主探究, 一位数学家说过大意这样的话“让学生对现已研究出的问题进行再创造是学习数学的正确方法”, 即设计情景让学生重新实现知识形成过程。

以上几方面我觉得做得不到位, 为此我又设想两种引入方式。

设想 1: 问题探究法。

一动圆 M 与圆 $A: (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$; 圆 $B: (x-1)^2 + y^2 = 25$ 都相切。

- (1) 求动圆圆心所满足的几何条件;
- (2) 求动点的轨迹方程;
- (3) 尝试画出动点轨迹图形;
- (4) 启发学生根据以上特例, 试着归纳出椭圆的定义。

设想 2: 折纸活动。

(1) 在一张圆形纸片内部设置一个不同于圆心的一点, 折叠纸片使圆的周界上有一点落于设置点, 折叠数次, 形成一系列折痕, 他们整体的勾画出一条曲线的轮廓;

(2) 观察猜想, 众多折痕围成一个椭圆;

(3) 探求本质特征, 发现形成定义, 椭圆上的点到圆心及设置点的距离和等于半径, 由学生概括, 教师启发补充整化成定义。

设想 1 是一种几何情景, 圆与圆相切是学生学习的知识, 学生易得出动圆圆心的几何特征: $|MA| + |MB| = 6$, 求出方程 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$, 启发学生根据方程讨论图形的范围、对称性等。在第一象限画出图形, 进而得到整个椭圆的图像。由几何关系式学生可概括出定义。这种设计环环相扣, 估计进行比较顺利, 但对椭圆的发生定义有欠缺之处。

设想 2 引入折纸活动, 使原本枯燥单调的数学变得生动有趣, 定义由学生自己概

括得出，能够提高学生学习数学的兴趣和能力。但概念的得出过于抽象，需要做大量的折叠和抽象概括，考虑任教班级情况，能力要求太高，估计有困难。

建议：重点班可以尝试，对兴趣及能力提高有很大帮助。

原来设计以教师在黑板上直接演示，引入椭圆定义，难以激发学生学习的兴趣，但这种机械画法中蕴含着椭圆内部的几何本质，粉笔到两个图钉之间的距离和等于细线的长，直观形象，同时鉴于所教班级为普通班我还是选用了原来的设计，在某些方面作了改进，特别是克服教师包办太多的弊端。

下面将教学过程（主要定义引入）作一呈现：**（课前准备：**将全班 64 人根据数学情况重新分成 9 组，每组分 7 人，选出小组长，布置每组准备如下物品：平整硬纸板 2 个，图钉，无弹性细线若干）

教学过程：

（1）定义引入。

（幻灯片显示，汽车油罐横截面轮廓，行星、卫星的运行轨迹）

师：以上图片展现给我们一个椭圆的形象，椭圆是日常生活中常见图形，应用十分广泛，研究椭圆十分必要，那椭圆是一些满足什么条件的点的轨迹呢？（停顿，拿起准备的物品，一根两端固定图钉的细线，折半，两图钉重合一起，拿一支粉笔插入折叠处演示）

师：我将粉笔绕图钉旋转一周会得到什么？

生：（齐答）圆。

师：如果我将两图钉分开钉在纸板上，绕其一周会得到什么图形？（各小组跃跃欲试）同学们，用你们已经准备好的物品尝试一下。

（各小组积极尝试，师巡视指导各小组，学生很容易画出椭圆，欣喜之情溢于脸上）

师：展示几个小组的作品。（被展示小组显得情绪很高）同学们很容易就得出了椭圆，各小组做的都很好，这几个小组画的特别美观漂亮。研究的下一个问题椭圆定义，根据你们的作图过程，各小组讨论一下，看哪个小组先得出来？

生 1：（迫不及待）到两定点距离和等于细线长的点的轨迹就是椭圆。

（生有的点头）

师：思维非常敏捷，是否准确，严密？

生 2：我觉得应补充上在一个平面内，因为是在纸板上作图，得到的是平面图形，这样更准确。另外把细线长改为定长。

师：好！

（板书：在一个平面内，到两定点距离和等于定长的点的轨迹是椭圆）

师：再给你几分钟时间自己看一下我们得到的定义，是否正确，进行思考试验，讨论，选代表告诉我结果。

(各组开始思考,动手操作,挪动两个图钉,画出或圆或扁的椭圆,并开始讨论)约五分钟各小组陆续举手。

生3:我们组觉得定义中定长不确切,因为我们挪动两图钉时得到了或圆或扁的椭圆,两图钉离得越远椭圆越扁,当距离等于线长时得到的图形成了一条线段,我们又想若这个定长比两定点间的距离还要小时,根本画不出图形。我们组主张将定长加上一个条件,定长大于两定点之间的距离。

(生鼓掌)

师:不愧为我们班的数学王子,将你们组的结果表达得这么完美。看来也说到我们同学的心坎上了。

(生笑,有表遗憾状,小声叹息)

师:用红笔在定长后打括号,共同添上条件,指出两定点为椭圆焦点,两定点之间的距离为焦距,定长为长轴长等相关概念。

点评:通过这种小组活动,锻炼学生动手、动脑能力,激发学生的学习兴趣和学习积极性,自主学习,学得更深刻扎实,学习情绪高涨,效果很好,对后面推导方程也有帮助。

(2) 推导方程:

① 简单复习求曲线方程步骤,仍进行小组活动,比赛看哪个小组先推出来。

② 幻灯片展示学生推导过程。

难点在于:整理到 $\frac{a^2 - c^2}{a^2}x^2 + y^2 = a^2 - c^2$ 的处理:共同解决令 $a^2 - c^2 = b^2, b > 0$,

得到 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 指出这为椭圆的标准方程。再展示另一个学生的成果,以两

定点所在直线为 y 轴,其中点为原点建系得到 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 。

③ 教师启发学生,找两种形式的区别,并归纳板书。

点评:注重学生自主活动,锻炼了学生思维。

(3) 例题(略)。

(4) 练习(略)。

(5) 小结(略)。

处理方式:以学生为主,互相纠错,互相补充。

(6) 布置作业(略)。

附课后反思

教学效果:这节课,一改原来老师包办太多的作法,整个教学过程改为学生的自主性学习。教师只在其中启发诱导,提出问题,起引导作用,主要工作由学生自己动

手动脑完成，互相交流归纳完善，教师及时表扬鼓励，激发学习热情和兴趣，建立了学生合作交流的团队意识。若能多几次这样的教学，对学生学习中互帮互助，互相学习一定会有很大作用。一节课不知不觉结束了，学生意犹未尽。这节课的作业也做得特别的好，连平时不太爱交作业的几个同学都做得不错。

反思：对教学要一丝不苟。一是教材的把握，要吃透教学内容，把握好重点难点；二是设计好的教学情景克服难点，掌握重点；三是选用好的教学形式，尽量放手学生，克服教师包办现象；四是大胆尝试教学改革，发扬传统教学的优点，克服传统教学的弊端。

这一节课，我翻了许多材料，定义的引入我做了多种设计，反复权衡各种设计的利弊，进行一定的处理调整，给学生足够的空间和时间，收到了意想不到的效果。

事件的独立性

（普通高中课程标准实验教科书人教 B 版数学 选修 2-3）

山东师大附中 庄增臣

教学目标：

（1）知识与技能：

- ① 了解两个事件相互独立的概念；
- ② 会用相互独立事件概率公式解决一些简单的实际问题。

（2）过程与方法：

- ① 在具体情境中，经历两个相互独立事件概念和概率公式得出的过程；
- ② 在解决实际问题的过程中探求公式应用的常见规律和方法。

（3）情感、态度与价值观：

① 在具体情境中，了解事件的独立性与生活的密切联系，体会到数学来源于生活，又服务于生活，增强学习数学的兴趣；

② 在得出概念和公式的过程中，初步感受知识的发生、发展过程。

教学重点：事件的独立性的概念和求独立事件同时发生的概率。

教学难点：求独立事件同时发生的概率。

教学方法：启发探究教学法。

教学手段：多媒体辅助教学。

教学过程：

1. 创设情境

(1) 创设情境：三个臭皮匠与诸葛亮解决问题的概率谁大？

(2) 知识回顾：

① $P(B|A)$ 表示什么事件的概率？

② 条件概率 $P(B|A)$ 的计算公式是什么？

(3) 探求新知：

袋子中有大小相等的五个球，其中 3 个红色，2 个白色，现每次取一个，共取两次，事件 A ：第一次取到红球；事件 B ：第二次取到红球，

① 如果不放回的取两次，事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率有影响吗？请计算 $P(B|A)$ 和 $P(B)$ 。

答案：事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率有影响， $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{3}{5}$ 。

② 如果有放回的取两次，事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率有影响吗？请计算 $P(B|A)$ 和 $P(B)$ 。

答案：事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率没有影响， $P(B|A) = \frac{3}{5}$ ， $P(B) = \frac{3}{5}$ 。

2. 知识新授

(1) 概念形成：两个事件 A 、 B 相互独立的定义：

事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率没有影响时，即 $P(B|A) = P(B)$ 时，称两个事件 A 、 B 相互独立，并把这两个事件叫做相互独立事件。

① 判断两个事件相互独立的方法：

判断事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率有没有影响；

计算 $P(B|A) = P(B)$ 是否成立。

② 若 A 、 B 相互独立，则 A 和 \bar{B} ， \bar{A} 和 B ， \bar{A} 和 \bar{B} 均相互独立。

(2) 概念深化：

① 先后抛掷两颗骰子，事件 A ：第一颗朝上点数为 3；事件 B ：第二颗朝上点数为 4；问 A 、 B 相互独立吗？

答案： A 、 B 相互独立，因为事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率没有影响。

② 先后抛掷红蓝两颗骰子，事件 A ：“红色骰子的点数为 3 或 6”，事件 B ：“两颗骰子的点数和大于 8”，问 A 、 B 相互独立吗？

答案： A 、 B 不相互独立，因为事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率有影响。

(3) 2008 年中国足球超级联赛，事件 A ：鲁能泰山队夺冠；事件 B ：上海申花队夺冠，则（ ）

(a) A 、 B 是互斥事件

(b) A 、 B 是对立事件

(c) A 、 B 是相互独立事件

(d) 以上判断都错

分析：互斥事件：不可能同时发生的两个事件， $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ；对立事件：不可能同时发生但必有一个发生的两个事件， $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ ；

独立事件：事件 A 是否发生对事件 B 发生的概率没有影响。

经判断，答案选 A。

引申：让学生推导两个相互独立事件同时发生的概率公式。

(3) 形成公式：

两个相互独立事件同时发生的概率公式： $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

注：对比 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ，来加深对 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 的理解和记忆。

(4) 推广：

一般地，对于 n 个事件 A_1, A_2, \dots, A_n ，若其中任一个事件发生的概率不受其他事件是否发生的影响，则称 n 个事件 A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立。

n 个相互独立事件同时发生的概率公式：

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n)$$

且上式中任意多个事件换成其对立事件后等式仍成立。

3. 知识应用

例 1 已知 A, B, C 是相互独立事件，且 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{2}{3}$ ， $P(C) = \frac{3}{4}$ ，则

(1) $P(A \cap B) =$ _____；(2) $P(A \cap \bar{B}) =$ _____；(3) $P(A \cap B \cap C) =$ _____。

答案：(1) $\frac{1}{3}$ ，(2) $\frac{1}{6}$ ，(3) $\frac{1}{4}$ 。

例 2 据统计，姚明罚篮命中率约为 0.8，现罚篮两次，设两次相互独立，求：

(1) 恰有一次投中的概率；(2) 至少有一次投中的概率。

解析：(1) 设 $A =$ “第一次投中”； $B =$ “第二次投中”，恰有一次投中包括 $A \cap \bar{B}$ 和 $\bar{A} \cap B$ ，且二者互斥， A 和 \bar{B} ， \bar{A} 和 B 均相互独立

$$P = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = 0.8 \times 0.2 + 0.2 \times 0.8 = 0.32$$

(2) 至少有一次投中包括 $A \cap \bar{B}$ ， $\bar{A} \cap B$ 和 $A \cap B$ ，且三者互斥， A 和 B ， A 和 \bar{B} ， \bar{A} 和 B 均相互独立

$$\begin{aligned} P &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) \\ &= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) + P(A)P(B) \\ &= 0.8 \times 0.2 + 0.2 \times 0.8 + 0.8 \times 0.8 = 0.96 \end{aligned}$$

另解：至少有一次投中的对立事件为一次都投不中，即 $\bar{A} \cap \bar{B}$ ，因为 \bar{A} 和 \bar{B} 相互独立，所以

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

所以, 所求事件的概率为

$$P = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.04 = 0.96$$

注 1 一般解题思路:

- (1) 设基本事件;
- (2) 分析所求事件包含的所有情况, 以及相互关系;
- (3) 合理选择公式求解。

注 2 当所求事件包含的情况比较多, 而其对立事件包含的情况比较少时, 我们先求其对立事件, 然后再求所求事件, 即“正难则反”。

巩固练习 1: 第十一届全运会将于 2009 年 10 月 11 日在济南开幕, 有关专家对乒乓球比赛项目预测, 马琳参加男单比赛夺冠的概率是 0.8, 张怡宁参加女单比赛夺冠的概率是 0.9, 求: (1) 二人恰有一人夺冠的概率; (2) 至少有一人夺冠的概率。

答案: (1) 0.26 (2) 0.98

例 3 一段线路中有三个独立自动控制的开关, 设每个开关能够闭合的概率都是 0.7, 求:

- (1) 这段线路按照图 1 并联方式时正常工作的概率;
- (2) 这段线路按照图 2 混联方式时正常工作的概率。

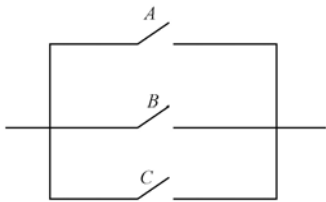


图 1

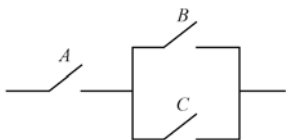


图 2

解析: (1) 设事件 $A =$ “A 开关闭合”, 事件 $B =$ “B 开关闭合”, 事件 $C =$ “C 开关闭合”, 按照图 1 并联方式时正常工作包括 7 种情况, 而其对立事件为 $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0.3 \times 0.3 \times 0.3 = 0.027$$

所以所求事件的概率为 $P = 1 - 0.027 = 0.973$ 。

(2) 按照图 2 混联方式时正常工作包括 $A \cap B \cap \bar{C}$, $A \cap \bar{B} \cap C$ 和 $A \cap B \cap C$, 且三者互斥, 所以

$$\begin{aligned} P &= P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\ &= P(A)P(B)P(\bar{C}) + P(A)P(\bar{B})P(C) + P(A)P(B)P(C) \end{aligned}$$

$$=0.7 \times 0.7 \times 0.3 + 0.7 \times 0.3 \times 0.7 + 0.7 \times 0.7 \times 0.7 = 0.637$$

$$\text{令解: } P = P(A)[1 - P(\overline{B} \cap \overline{C})] = 0.7 \times [1 - 0.3 \times 0.3] = 0.637$$

巩固练习 2: 三个臭皮匠与诸葛亮比赛的问题: 已知诸葛亮独自解出问题的概率为 0.8, 臭皮匠老大独自解出问题的概率为 0.5, 老二独自解出问题的概率为 0.45, 老三独自解出问题的概率为 0.4, 问三个臭皮匠联队解出问题的概率与诸葛亮一人解出问题的概率比较, 谁大?

略解: 三个臭皮匠中至少有一人解出的概率为:

$$\begin{aligned} P &= P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \\ &= 1 - P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = 1 - 0.5 \times 0.55 \times 0.6 = 0.835 > 0.8 \end{aligned}$$

所以臭皮匠联队解出问题的概率比较大。

4. 小结、作业

(1) 小结:

(2) 作业: 教材第 53 页练习 A

(3) 探索与研究: 如果有 $P(A) = P(A|B) = P(A|C) = P(A|BC)$, $P(B) = P(B|A) = P(B|C) = P(B|AC)$; $P(C) = P(C|A) = P(C|B) = P(C|AB)$, 则事件 A、B、C 相互独立。

5. 教后反思

《事件的独立性》这节课是在学生高一学习了古典概型、互斥事件、对立事件, 高二学习了条件概率的基础上进行的。通过本节课的学习不仅要让学生理解相互独立事件的定义及其同时发生的概率公式和应用, 也为下节课学习独立重复试验等概率知识以及今后学习相关知识奠定良好基础。

以前教材是在学习互斥事件后再学习相互独立事件, 是在互斥事件与相互独立事件的联系与区别中加深对独立事件有关概念和公式的理解和应用。新教材调整了顺序, 把本节课内容安排在条件概率后, 在条件概率的基础上学习独立事件, 由 $P(B|A) = P(B)$ 得出了 A、B 两个事件是相互独立的。这与大学概率教材中关于事件的独立性的定义是一致的, 并由 $P(B|A) = P(B)$ 和 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 联合推导出了相

互独立事件同时发生的概率公式。基于这一变化, 对比新旧教材, 我做了合理的教学设计, 结合学生的具体学情, 确定本节课的教学目标如下。

(1) 知识与技能:

① 了解两个事件相互独立的概念;

② 会用相互独立事件概率公式解决一些简单的实际问题。

(2) 过程与方法:

- ① 在具体情境中, 经历两个相互独立事件概念和概率公式得出的过程;
- ② 在解决实际问题的过程中探求公式应用的常见规律和方法。

(3) 情感、态度与价值观:

- ① 在具体情境中, 了解事件的独立性与生活的密切联系, 体会到数学来源于生活, 又服务于生活, 增强学习数学的兴趣;
- ② 在得出概念和公式的过程中, 初步感受知识的发生、发展过程。

本课时的教学设计试图依据新课程所倡导的教学理念, 注重知识的发生和发展过程, 注重师生交流、互动、共同发展的过程, 关注学生的发展和情感体验。

学生利用原有的知识和技能无法直接解决问题, 就会产生认知上的矛盾、内在的需要和学习的驱动力, 教师应鼓励他们积极、主动地去学习探究新知识。基于此, 在教学设计环节, 我首先设计问题情境: 三个臭皮匠能胜过诸葛亮吗? 激发学生兴趣和探求新知的欲望, 然后由复习条件概率的有关知识入手, 由旧知到新知, 探究得出事件相互独立的定义, 分析定义得出判断事件独立的两种方法。在课堂抛硬币的实例中, 不仅应用定义判断了两个事件是否相互独立, 而且也由实例得到了事件独立的一般性的结论。这种通过实例的操作感知, 让学生由特殊到一般地学习概念和性质的方法, 符合学生的认知规律, 也符合《课程标准》和新教材理念。

学生是学习的主人, 新课程要求遵循学生学习数学的心理规律, 强调从学生已有的生活经验出发, 让学生亲身经历知识的形成过程。基于此, 我在概念和公式的形成环节中, 引导学生对比旧知, 得到新知, 由互斥事件、对立事件的相关公式启发学生推导得出独立事件同时发生的概率公式, 在引导学生由两个事件的独立性的定义和独立事件同时发生的概率公式归纳得到 n 个事件的独立性的定义和 n 个独立事件同时发生的概率公式, 并让学生充分参与, 使他们体验探求新知的过程, 也使学生会了归纳方法的具体应用。

未来的社会, 既需要学生具有获取知识的能力, 也需要学生具有应用知识的能力。知识也只有在应用时才具有生命力, 才是活的知识, 所以在概念和公式的应用这一教学环节, 在应用公式解决问题的过程中, 我引导学生了解到了事件的独立性与生活的密切联系, 体会到了数学来源于生活, 又服务于生活, 增强了学习数学的兴趣, 同时也让学生在解决实际问题的过程中探求公式应用的常见规律和方法。

最后学生用所学知识解决了问题情境中设计的“三个臭皮匠能胜过诸葛亮”疑问, 使学生感受到数学的应用价值, 经历了“遇到问题, 探求新知, 解决问题”的学习过程, 理解了“问题是数学的心脏”的道理。

学生在学习本节课内容时, 对事件的独立性的定义的理解以及判断事件是否相互

独立，掌握起来都比较容易，所以在这一环节我没有做过多的解释说明和举例应用。学生应用独立事件同时发生的概率公式时，容易与互斥事件有一个发生的概率公式相混淆，因此，我在引导学生推导出两个相互独立事件同时发生的概率公式后，让学生类比互斥事件有一个发生的概率公式，分析它们的相同点和不同点，在对比中加深理解，在应用中熟练掌握。

学生在应用公式解决问题时，分析所求事件包含的所有情况容易出现重复或漏掉现象，而且在实际课堂教学中确实出现了事件分解重复这一情况（典型例题三的第二问），我抓住机会，引导学生分析出错原因，并找到正确分析方案。为了强化这些易错环节和易错点，我用一副对联（上联：事件分解，做到不重不漏；下联：公式选用，必须合情合理；横批：正难则反）的方式结束本节课的学习，在实际教学中给学生留下很深刻的印象。

建构主义理论认为：知识不是被动接受的，而是认知主体积极主动建构的。本课的教学设计正是在这种教学理念的指导下，让学生经历“创设情境——概念教学——探究公式——典例应用——归纳总结”的活动过程，体验参与数学知识的发生、发展过程，以期提高学生学习数学的兴趣，进一步体会“数学就在我们的身边”，发展“用数学”的意识和能力，成为积极主动的建构者。

启发引导式的教学方法、探究发现式的学习方法以及环环相扣的教学过程，使得本节课既生动活泼，又突破了难点，突出了重点。在实际教学中，基本完成了学习要求，达到了预期的效果。

案例：关于勾股定理的探究

枣庄市第三中学 黄丽生

高中数学新课标中添加了数学史选讲，勾股定理是新课标中供选的数学专题。笔者就高中学生的学情实际，以勾股定理为课题设计了一个教学案例。

1. 勾股定理的文化背景

勾股定理是中国几何的根源，中华数学的精髓，诸如开放术、方程术、天元术等技艺的诞生与发展，寻根探源，都与勾股定理有着密切关系。勾股形与比率算法相结合，经推演变化已构成各种各样的测量法（如刘徽的“重差术”）。古代数学家常以勾股形代替一般三角形进行研究，从而可以避免角的性质的研讨和不触及平行的繁琐理论，使几何体系简洁明了，问题的解法更加精致。从中国勾股定理的诞生与发展来看，中国古代数学文化传统明显有重视应用、注重理论联系实际、数形结合，以算为主、

善于把问题分门别类建立一套套算法体系的特征。在西方文献中，勾股定理一直以古希腊哲学家毕达哥拉斯的名字来命名，成为毕达哥拉斯定理。但迄今为止，并没有毕达哥拉斯发现和证明勾股定理的直接证据。在希腊数学中，关于勾股定理明确证明见于欧几里得的《几何原本》。欧几里得在证明勾股定理的同时，结合图形分析，以演绎推理的方法获得了一系列的定理和推论。此后，西方数学家从数的角度将勾股定理推广到求不定方程的正整数解，引出了著名的费马猜想、鲍恩猜想、埃斯柯特猜想；从形的角度又把它推广到平面图形面积关系、立体图形的表面积关系的探讨。如此无穷延伸，在追求严谨的逻辑体系和数学美的过程中推动了现代数学的发展。

2. 利用现代化教学手段进行数学实验

- 请学生自己画出几个直角三角形，利用直尺测量三条边长，引导学生发现勾股定理。
- 利用几何画板软件设计任一直角三角形，自动测量三边边长，验证学生的发现与猜想。

（利用测量工具进行估算，寻找规律，提出猜想，符合我们的传统文化习惯，符合从特殊到一般的思维规律；几何画板软件就其本身设计来说，是一种模式化的算法体系，用它来精确测量三角形的边长，展示了直角三角形的任意性，是传统文化精髓与现代文明的新结合。）

3. 比较赵爽证法和欧几里得证法，挖掘传统文化内涵

勾股定理的证明有着丰富无比的内涵，其中赵爽的弦图证法和欧几里得证法最为典型。赵爽的弦图证法充分运用了直角三角形易于移补的特点，给出了简洁、直观的证法，其相应的几何思想是图形经移、补、凑、合而面积不变，这种思想后来发展为李治的“演段术”。欧几里得证法给我们展示了西方数学文化的另一面，即严谨的逻辑和理性的推理。值得指出的是，由于《几何原本》的广泛流传，欧几里得证法是勾股定理所有证明中最为著名的，为此，希腊人称之为“已婚妇女的定理”，法国人称之为“驴桥问题”，阿拉伯人称之为“新娘图”、“新娘的坐椅”，在欧洲还有人称之为“孔雀的尾巴”或“大风车”。两千年来，世界上《几何原本》的不同版本对这一颇具特色的定理都附有插图，异文同图，饶有风趣。

比较赵爽和欧几里得的证法可知，赵爽证法是建立在一种不证自明、形象直观的原理上，即“出入相补”原理。赵爽的证明过程可以借助实物进行操作，使现实问题数学化。而欧几里得证法则完全脱离实物的支持，给我们展示的是数学美和数学理性的追求。对这种证法的介绍，可以采用数学“再创造”原理，分析它的探索过程，使证明思路逐渐显露出来，最终完成对公理化演绎体系结构的深刻理解。

4. 勾股定理的推广

2003 年新、老课程文科试卷的第 (15) 题: “设 $\triangle ABC$ 的两边 AB, AC 互相垂直, 则 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ 。拓展到空间, 类比平面几何的勾股定理, 研究三棱锥的侧面面积与底面面积的关系, 可以得出的正确结论是: 设三棱锥 $A-BCD$ 的 3 个侧面 ABC, ACD, ADB 两两垂直, 则_____”。

这是高考首次出现的“研究性问题”, 把“平面勾股定理”拓展为“空间勾股定理”, 其意义在于为中学生开拓出一个研究的空间: “平面中的哪些定理可以拓展到空间? 哪些不可以?” 这里进一步指出的是, 把平面几何中的结论用类比的方法推广到立体几何中, 并用填空题的形式进行考查, 显然是想淡化这种严格的推理, 而突出它的原创性, 着重考查直觉、类比、归纳与猜想。本题蕴含着高等数学的背景, 突破了以往高考例题的模式, 从低维到高维, 拓展了思维空间, 如能联想到构造一个长方体, 用一个平面截长方体易得满足题设的三棱锥 $A-BCD$, 进而易推证出结论。这一问题还可以推广到一般三棱锥的情形: 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 设 S_1, S_2, S_3, S_4 分别为 $\triangle ADC, \triangle ADB, \triangle BDC$ 和 $\triangle ABC$ 的面积, 又二面角 $B-AD-C = \alpha$, $A-BD-C = \beta$, $A-DC-B = \gamma$, 则 $S_4^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - 2S_1S_2 \cos \alpha - 2S_2S_3 \cos \beta - 2S_2S_3 \cos \gamma$ 。余弦定理也可以视为勾股定理的推广, 那么上面的结论既可以视为勾股定理的推广, 也可以视为余弦定理的推广。

对于勾股定理进行类比推广, 还可以得到下列定理。

类比定理 1: 在长方体中, 对角线的平方等于长方体 3 度的平方之和, 即 $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ 。

类比定理 2: 在长方体中, 对角线的平方的 2 倍等于交于同一顶点的 3 个面的面对角线的平方和, 即 $2d^2 = l^2 + m^2 + n^2$ 。

类比定理 3: 长方体的截面与共顶点的 3 个面所成 3 个二面角的余弦平方和为 1。

案例设计说明:


从某种意义上说, 勾股定理的教学是数学教育改革的亮点: 从 20 世纪五六十年代数学课程中的严格论证, 到后来提倡的先“量一量、算一算”之后再告诉结论, 直到现在的探究式方法等, 勾股定理的教学在世界各国都有各自的追求。数学教育要培养学生的数学计算、数学论证乃至数学推断等能力, 勾股定理的教学是对学生进行辩证思想方法教育的良好素材, 这是因为证明勾股定理的剖分法、拼补法等都渗透着进与退、分与合、动与静、变与不变、数与形等辩证思想方法。用历史知识来丰富数学教学和数学学习, 一个直接的方法是让学生去解决一些早期数学家感兴趣的问题, 这些问题反映当时人们所关心的数学主题, 让学生回到问题提出的时代, 学生在解决源于数世纪以前的问题时, 会经历某种激动和满足。教师可以搜集历史上不同时期和不

同文化的数学问题，布置给学生去解决、比较。从这一角度分析，勾股定理是不可多得的好题材，不管怎样，勾股定理的教育价值是不容置疑的。

虽然“数学史选讲”的实验教材已有出版，但要真正在课堂上讲授并不是一件容易的事。为历史而历史，照本宣科，堆砌史实，无异于给数学史选修课宣判死刑，背负高考压力的学生原来所抱有的兴趣也将因此而消失殆尽。“勾股定理”的教学设计将历史知识与必修课中立体几何及选修课中的类比推理的有关内容有机地结合起来，虽然讲的是历史专题，但并不是单纯的、枯燥的历史回溯，而是充分给予学生自主探索、合作交流的机会，让学生亲历知识的形成过程，再现古代数学家的思维方式，从而在不知不觉中再现了历史，学习过程也因此成了“再创造”的过程。

参考文献

- [1] 教育部. 普通高中数学课程标准（实验）. 人民教育出版社, 2003
- [2] 韩际清, 田明泉主编. 高中数学新课程理念与教学实践. 北京: 商务印书馆, 2007



后记

为了更好地理解和贯彻《山东省普通高中课程设置及教学指导意见（试行）》，有效指导我省各类普通高中学校整体规划课程内容，开齐课程，开足课时，保证学生的全面发展和个性特长的发挥，帮助广大教师科学准确地把握课程标准的要求，全面提高教学质量，山东省教学研究室在充分论证和调研的基础上，联合高校课程专家、基层优秀教研员和骨干教师编写了《普通高中新课程标准教学研究与指导丛书》，为深化我省普通高中课程改革进行一次有益的尝试。

本书除从新课程的教学理念、教学内容、教学方法、教学评价上做了具体的要求外，还有一线教师在多年教改实践中的心得和收获，为我们提供了一些实用的案例和教学经验，对教学实施中的一些热点、重点和难点问题，进行了深入的研究和探讨，可供广大教师参考。

本书是在山东省教育厅的指导下，在教研人员和一线教师的共同努力下完成的，是集体智慧的结晶。我们期望本书对全省普通高中在教改实践和数学教学中起到一定的指导作用，更期望通过对本书的学习理解，使广大教师在实践中不断充实自我，促进专业发展，在学习中进步，在实践中创新，在教改中成长。

由于时间仓促，不妥之处在所难免，我们非常乐意倾听广大读者的批评指正，使我们又多了一些交流和学习的机会。让我们一同为深化教育改革，推进素质教育而努力！

编 者

2010年3月